

統計数理・信号処理工学 課題&解答 3

石川 顕一

E-mail: ishiken@q.t.u-tokyo.ac.jp

URL: <http://ishiken.free.fr/lecture.html>

2005 年 10 月 31 日

提出期限は 11 月 7 日。講義時に手渡し、あるいはメールで。

問 確率変数 X が、区間 $[-1, 1]$ の一様分布に従う場合に、変換 $Y = \Phi(X)$ をほどこして、確率変数 Y が正規分布 $N(2, 2)$ に従うようにしたい。

1. 関数 $\Phi(X)$ を求めよ。

[解答例]

$y = \Phi(x)$ を満たす x と y は、

$$\int_0^x \frac{1}{2} dx' = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{2}} \int_2^y \exp\left[-\frac{(y'-2)^2}{4}\right] dy'$$

から、

$$x = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_2^y \exp\left[-\frac{(y'-2)^2}{4}\right] dy' \quad (1)$$

の関係を持つ。

2. 次式で定義される特殊関数 $\text{erf}(z)$ を誤差関数と呼ぶ。

$$\text{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$$

上で求めた $\Phi(X)$ を誤差関数を用いて表せ。

[解答例]

$z = (y-2)/2$ とおくと、式 (1) より $x = \text{erf}(z)$ が得られる。従って、

$$\Phi(X) = 2 \text{erf}^{-1}(X) + 2$$

ここで、 erf^{-1} は erf の逆関数である。