

## 統計数理・信号処理工学 課題&解答 2

石川顕一

E-mail: ishiken@q.t.u-tokyo.ac.jp

URL: <http://ishiken.free.fr/lecture.html>

2005年10月24日

提出期限は10月31日。講義時に手渡し、あるいはメールで。

問 硬貨を5回投げる。表の出る回数を  $X$ 、連続して表の出る回数の最大値を  $Y$  とする。

1.  $X$  の0次から5次までのモーメントを求めよ。

[解答例]  $X$  の従う分布の確率密度は、

$X$	0	1	2	3	4	5
$f(X)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

であるから、

$$\begin{aligned} E[X^0] &= 1, E[X^1] = 2.5, E[X^2] = 7.5 \\ E[X^3] &= 25, E[X^4] = 90, E[X^5] = 343.75 \end{aligned} \quad (1)$$

2.  $X$  の従う分布の確率密度、期待値、分散を求めよ。

[解答例]  $X$  の従う分布の確率密度は、前問の解答参照。2項分布  $Bin(5, \frac{1}{2})$  に対する式を使えば、期待値は2.5、分散は1.25。これらは前問のモーメントを用いても得られる。

3.  $Y$  の従う分布の確率密度、期待値、分散を求めよ。

[解答例]  $Y$  の従う分布の確率密度は、

$Y$	0	1	2	3	4	5
$f(Y)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{11}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$

これより、

$$E[Y] = \frac{31}{16}, E[Y^2] = \frac{79}{16} \quad (2)$$

であるから、期待値は  $\frac{31}{16}$ 、分散は  $E[Y^2] - E[Y]^2 = \frac{303}{256}$