

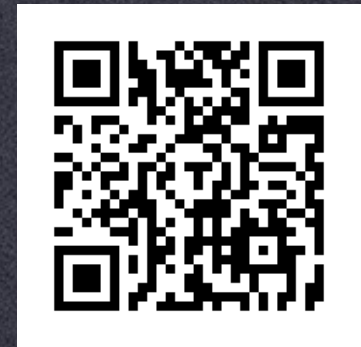
Advanced Laser and Photon Science

レーザー・光量子科学特論E

Kenichi Ishikawa (石川顕一)

downloadable from ITC-LMS and
<http://ishiken.free.fr/english/lecture.html>

<http://www.atto.t.u-tokyo.ac.jp>
ishiken@n.t.u-tokyo.ac.jp



強レーザー場中の原子

Atom in an intense laser field

© Johan Jarnestad/The Royal Swedish Academy of Sciences



Optical
tweezers
光ピンセット

method of generating
high-intensity, ultra-short
optical pulses

高強度超短光パルスを発生する方法



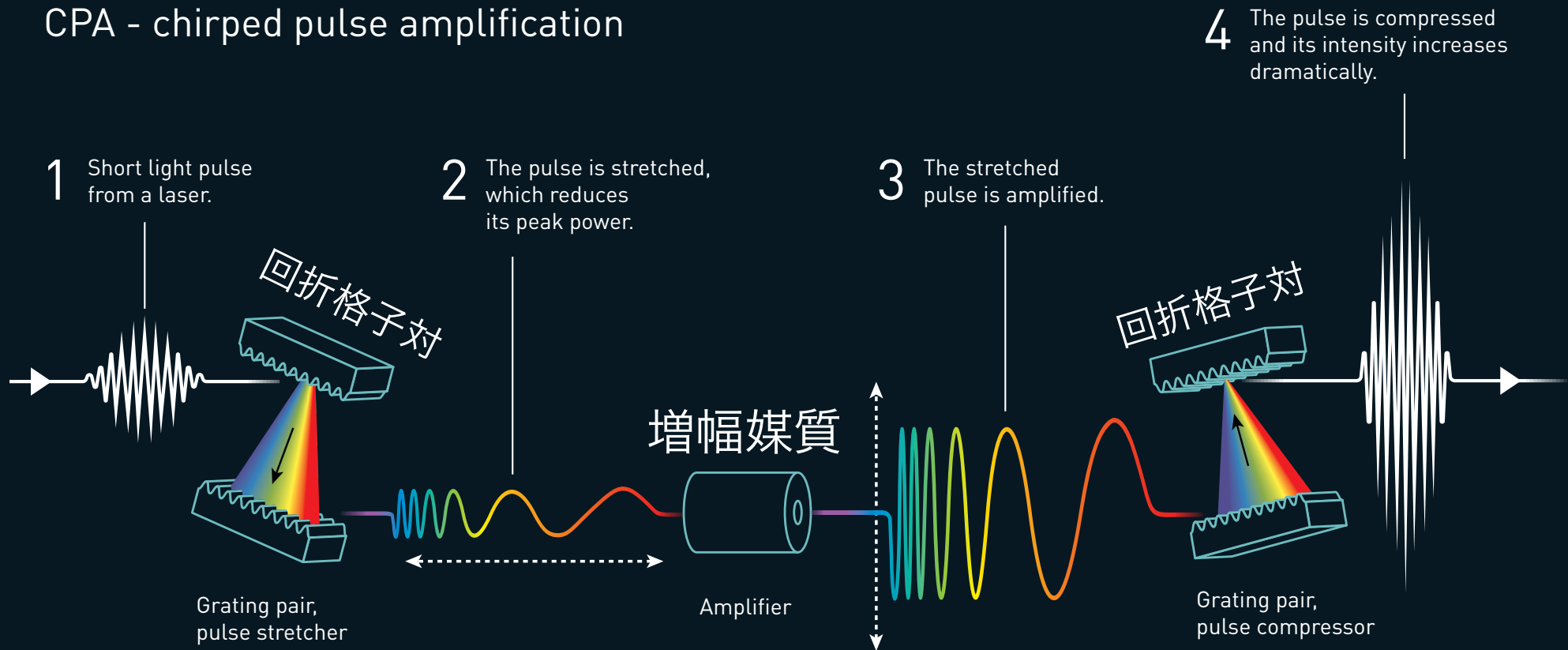
Scientific Background on the Nobel Prize in Physics 2018
<https://www.nobelprize.org/uploads/2018/10/advanced-physicsprize2018.pdf>

Applications

- Strong-field physics and attosecond science
高強度場物理とアト秒科学
- Laser-plasma acceleration
レーザープラズマ加速
- High-intensity lasers in industry and medicine
産業・医療用高強度レーザー

チャープパルス増幅(CPA) 1985年

CPA - chirped pulse amplification

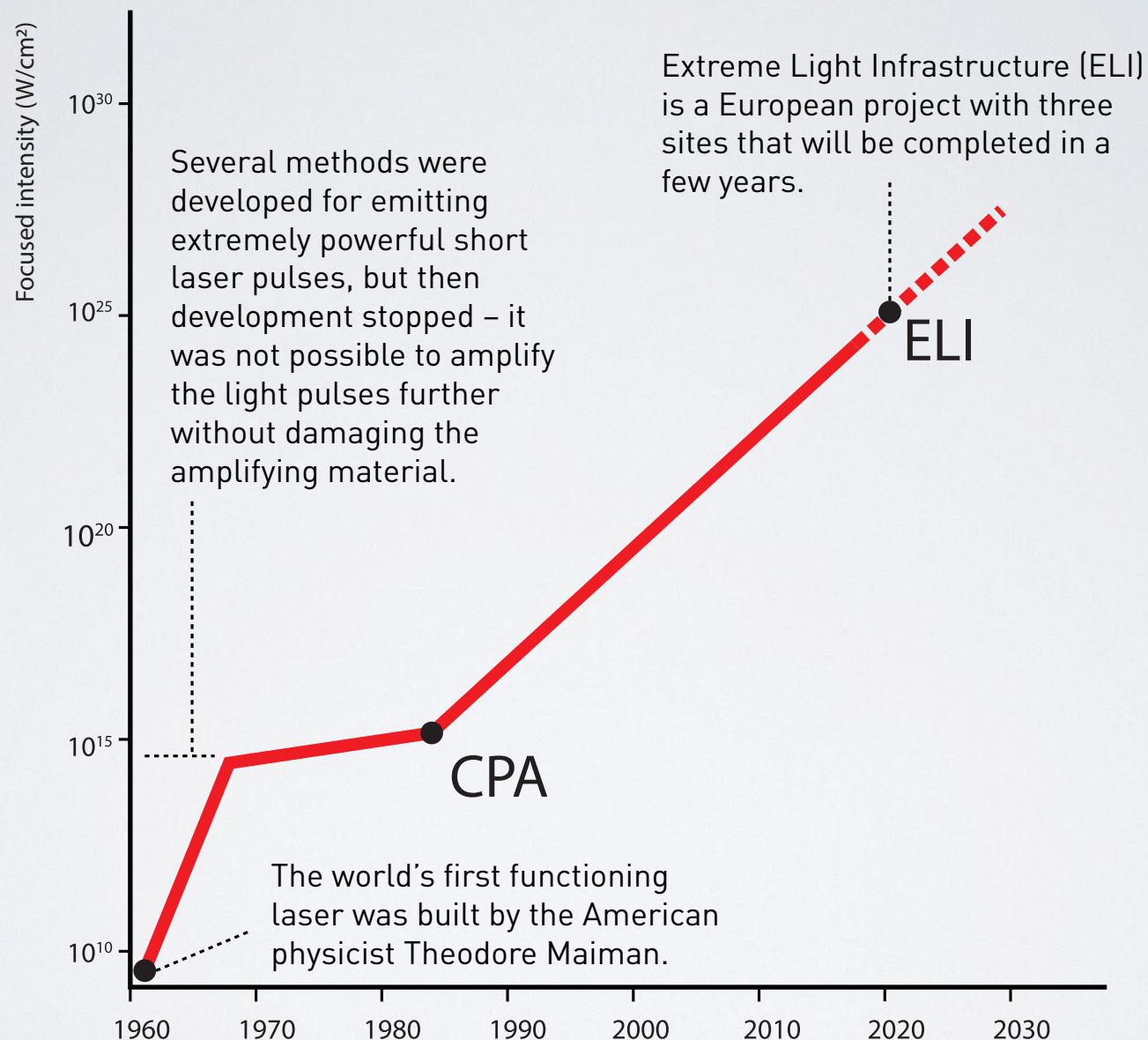


Strickland and Mourou, Opt. Commun. 56, 219 (1985)

©Johan Jarnestad/The Royal Swedish Academy of Sciences

© Johan Jarnestad/The Royal Swedish Academy of Sciences

パルスレーザー技術の歴史（ピーク強度）



References 参考文献

- ✱ Laser fundamentals, Rabi oscillation レーザーの基礎・原理、ラビ振動
 - ✱ William T. Silfvast, “Laser Fundamentals” (Cambridge University Press)
 - ✱ 霜田光一 「レーザー物理入門」 (岩波書店)
- ✱ Atom in an intense laser field
 - ✱ 大森賢治 編 「アト秒科学」 (化学同人, 2015) : 第1章は石川が担当
 - ✱ Z. Chang, “Fundamentals of Attosecond Optics” (CRC Press, 2011)
 - ✱ M. Protopapas, C.H. Keitel and P.L. Knight, “Atomic physics with super-high intensity lasers”, Rep. Prog. Phys. **60**, 389–486 (1997)

How intense is an intense laser field? 強いレーザー場とは

Intensity 強度 $10^{13} \sim 10^{15} \text{ W/cm}^2$

- ✱ Intensity at which the interaction with an atom becomes non-perturbative 原子との相互作用が非摂動論的になり始める強度。
- ✱ Effect of laser on the electron ∼ Effect of the nucleus on the electron
レーザー場が電子におよぼす影響 ∼ 原子核が電子におよぼす影響

High-field phenomena 高強度場現象

- ✳ Above-threshold ionization (ATI) 超閾電離
 - ✳ Ionization upon which an atom absorbs more photons than minimum necessary. 必要以上の光子を吸収してイオン化する過程
- ✳ Tunneling ionization トンネル電離
 - ✳ Ionization by the tunneling effect rather than absorption of photons トンネル効果によるイオン化
- ✳ High-harmonic generation (HHG) 高次高調波発生
 - ✳ Generation of harmonics of very high orders 波長変換によって高次の倍波が発生する現象

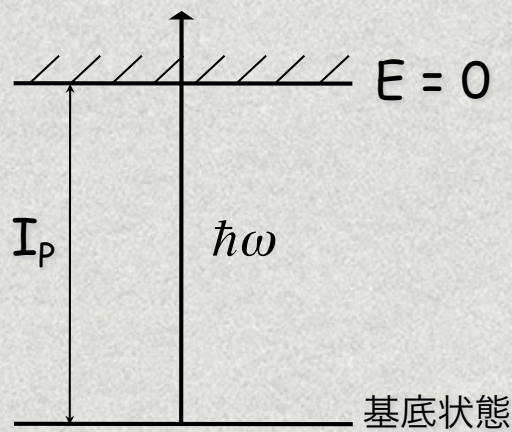
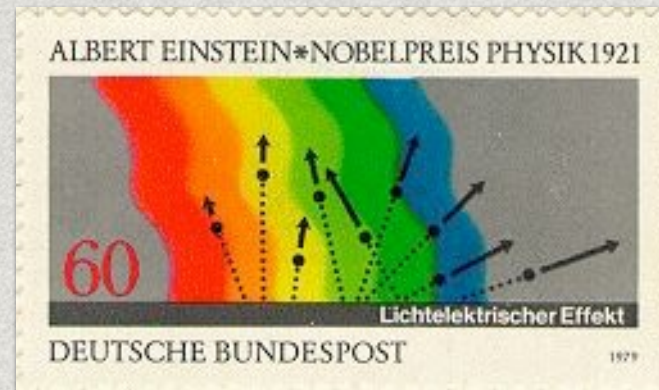
Key concepts キーとなる概念

- ✱ Ponderomotive energy ポンデロモーティヴエネルギー (this week)
- ✱ Quantum paths (trajectories) 量子経路 (next week)

Single-photon ionization (photoelectric effect)

1 光子電離 (光電効果)

1905年 Einstein アインシュタイン



I_p : **ionization potential**

イオン化ポテンシャル

Kinetic energy of the ejected electron
放出された電子の運動エネルギー

$$E_{el} = \hbar\omega - I_p$$

Condition for ionization イオン化の条件

$$\hbar\omega > I_p$$

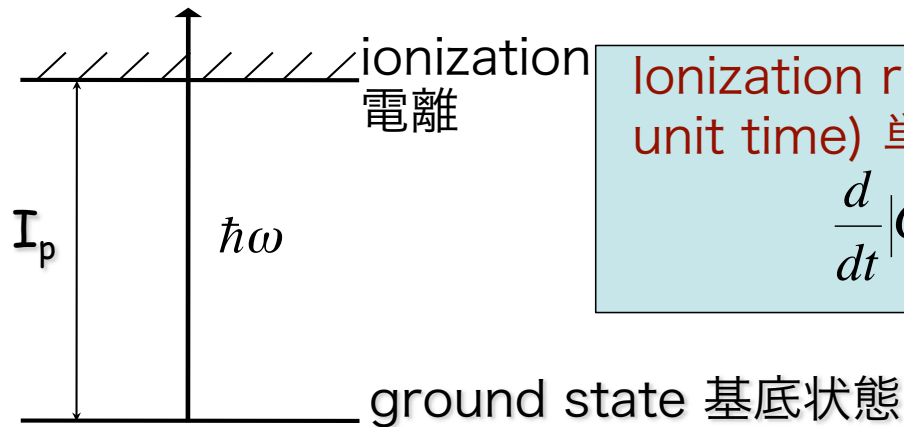
Ionization rate イオン化レート

$$R \propto I$$

I : **Light intensity** 光の強度

Single-photon ionization

1 光子電離



Ionization rate (transition probability per unit time) 単位時間当たりの遷移確率

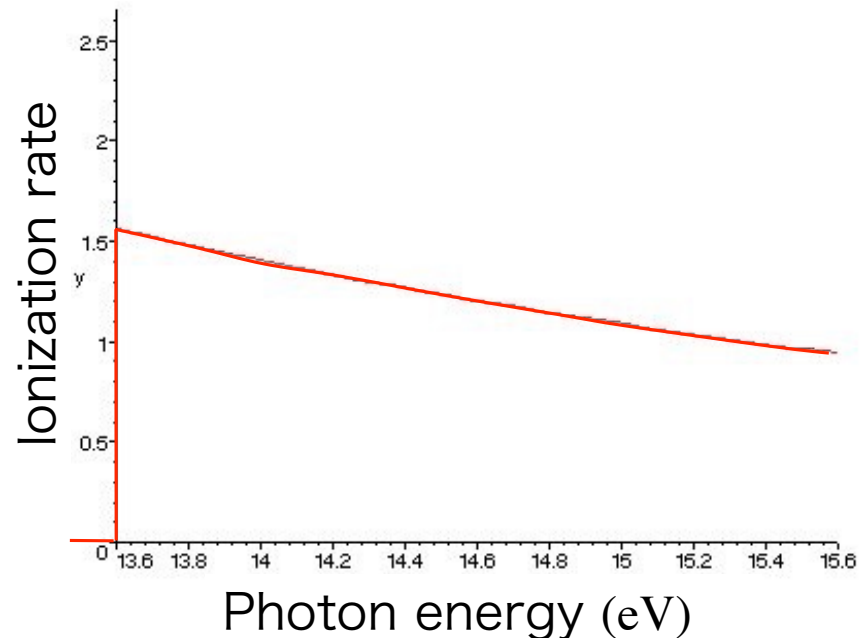
$$\frac{d}{dt}|C_2(t)|^2 = \frac{2\pi}{\hbar}\gamma^2 = \frac{\pi}{2\hbar}|\mu_{12}|^2 E_0^2$$

$$\mu_{ij} = \int \varphi_i^* z \varphi_j d^3\mathbf{r} = \langle i|z|j \rangle$$

$$\varphi_{1s} = 2e^{-r} \times \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$$

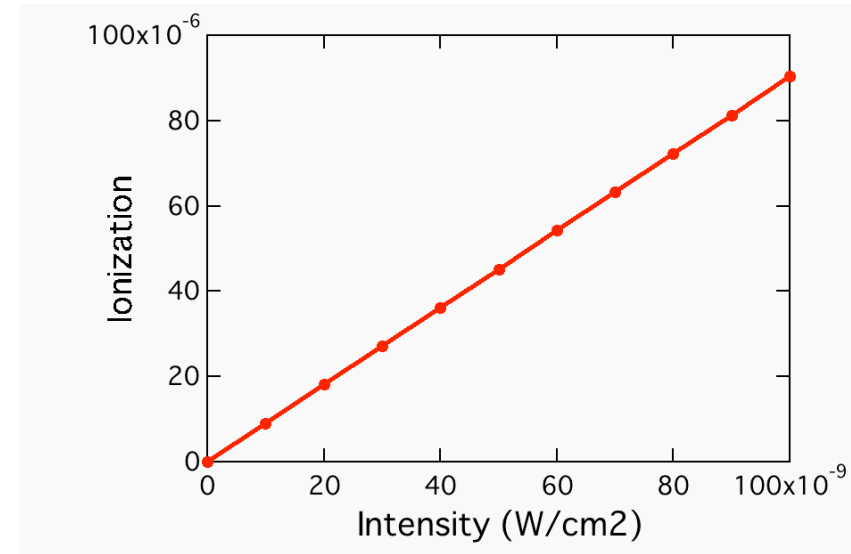
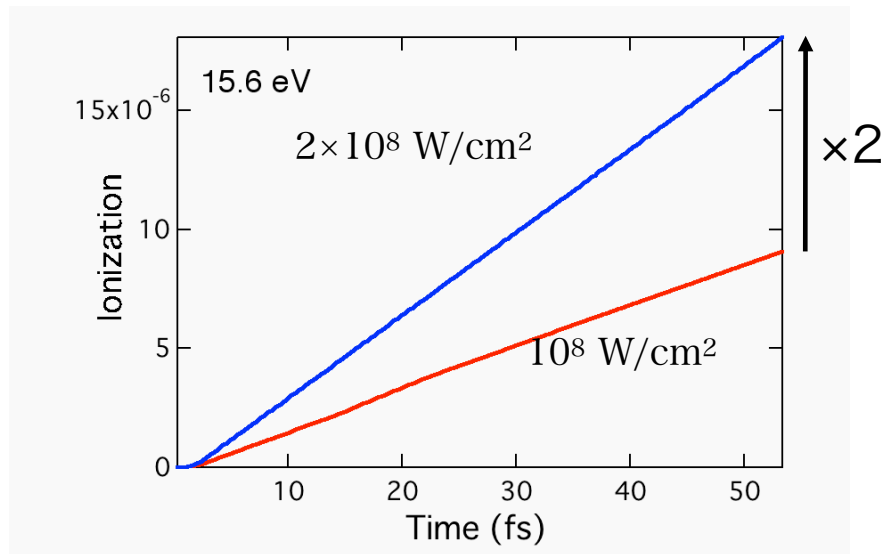
$$\varphi_{\varepsilon p} = \frac{2}{\sqrt{1 - e^{-2\pi n'}}} \sqrt{1^2 + n'^2} \frac{kr}{3} e^{-ikr}$$

$$\times F(in' + 2, 4, 2ikr) \times \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta$$

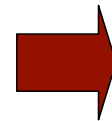


Intensity-dependence of single-photon ionization

1 光子電離の強度依存性



$$\text{Ionization} \propto \text{Intensity}$$



線形光学効果 (linear optical effect)

MULTIPHOTON IONIZATION

多光子電離

What was believed till
1970's. 1970年代末まで信
じられていたこと



Intensity
強度

$$\hbar\omega < I_p$$

LOW 弱

HIGH 強



Number of photons necessary for ionization
イオン化に必要な光子数

$$N = \left[\frac{I_p}{\hbar\omega} \right] + 1$$

Kinetic energy of the ejected electron
放出された電子の運動エネルギー

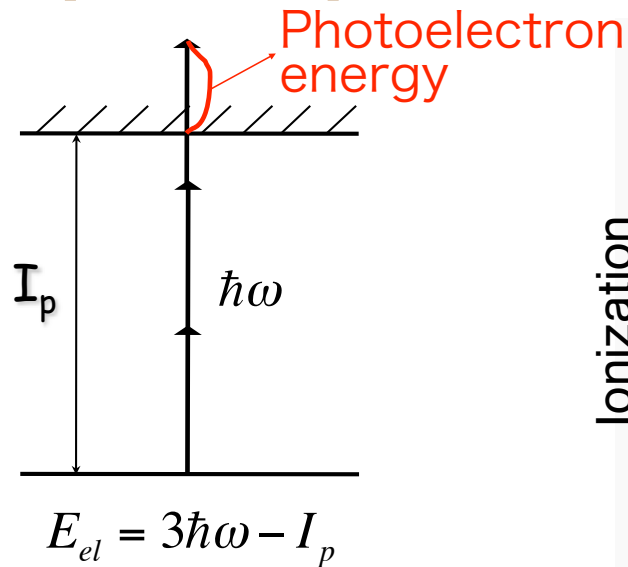
$$E_{\text{kin}} = N\hbar\omega - I_p$$

Ionization rate イオン化レート

$$R \propto I^N$$

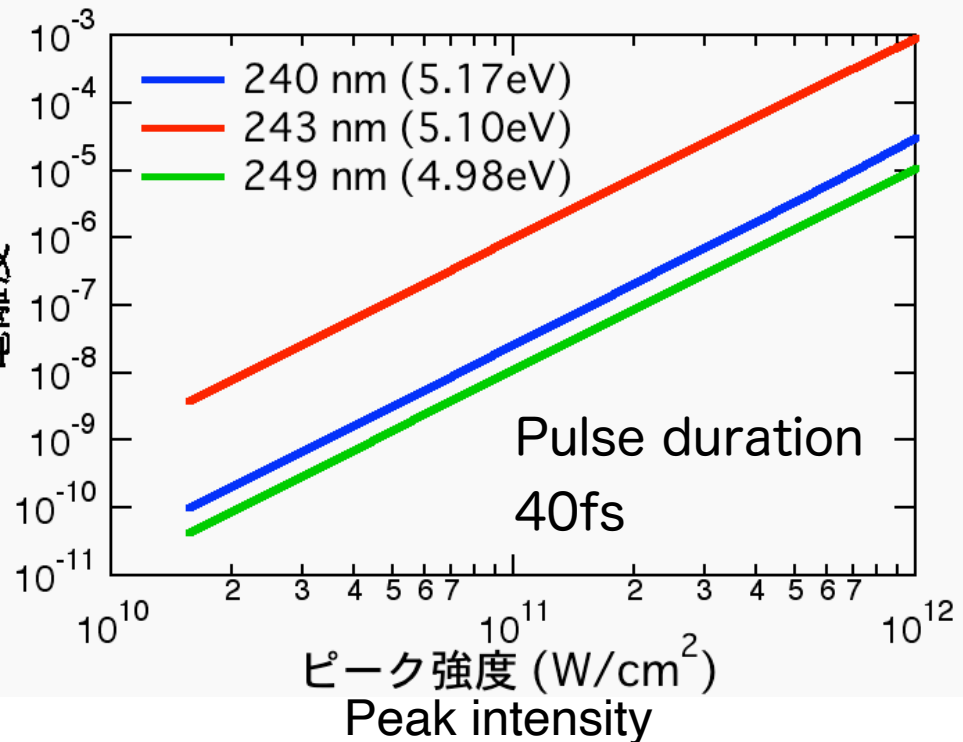
Nonlinear optical phenomena
非線形光学効果

Example: 3-photon ionization 例：3光子電離



Ionization

電離度



Hydrogen atom $I_p = 13.6 \text{ eV}$

$$\text{Ionization} \propto \text{Intensity}^3$$

n -photon ionization

$$\text{Ionization} \propto \text{Intensity}^n$$

非線形光学応答 (nonlinear optical effect)

requires a bright source →
realized only with lasers
強い光源が必要 → レーザーの出現
によって初めて実現

Experimental verification of the power law of ionization rate

1965~1975

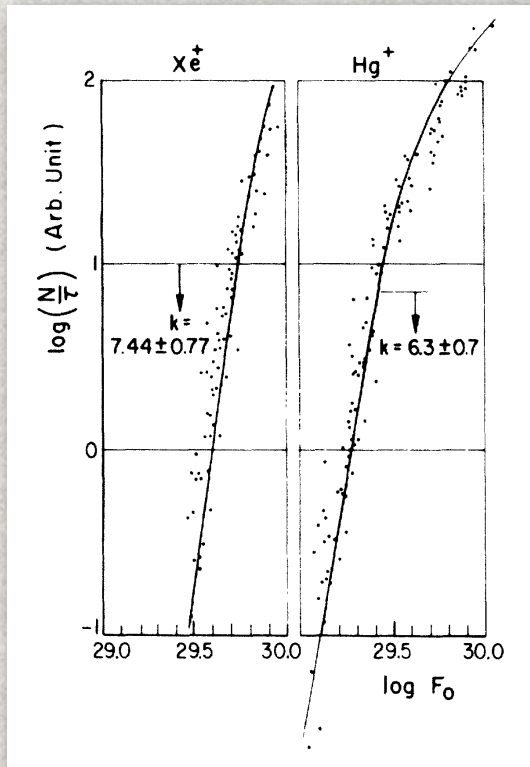
$$I < 10^{13} \text{ W/cm}^2$$

Ionization rate

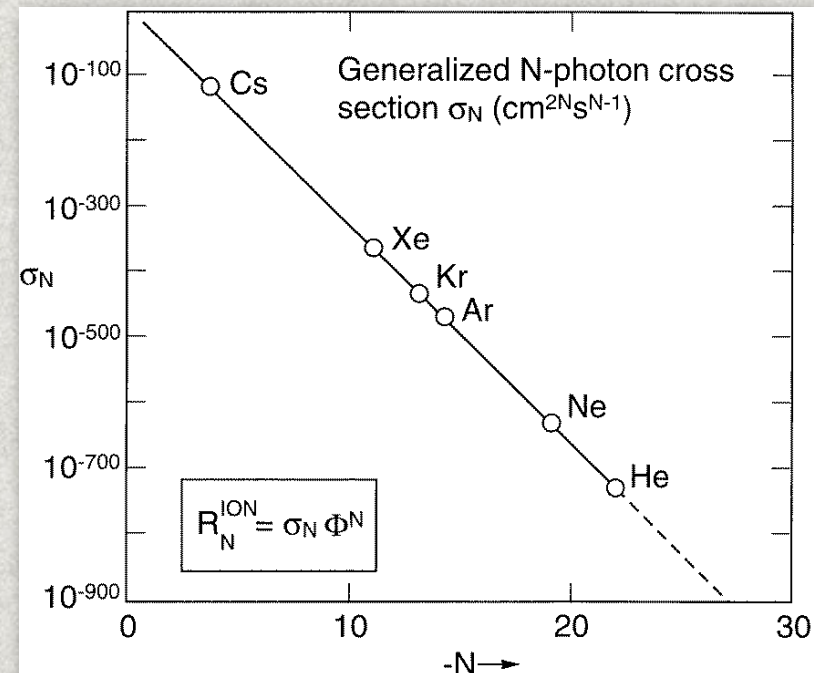
$$R_N = \sigma_N \Phi^N$$

$$\Phi = I/\hbar\omega$$

- ✱ Power law confirmed for different target atoms



Log-log plot of the ion-production rate vs. laser peak flux. [Chin et al, Phys. Rev. 188, 7 (1969)]



Protopapas et al., Rep. Prog. Phys. 60, 389 (1997)

Discovery of above-threshold ionization (ATI)

超閾電離の発見

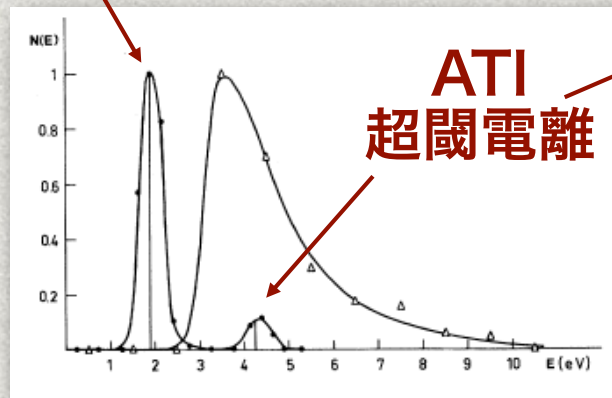
Pierre Agostiniら (CEA-Saclay, France フランス原子力庁サクレ研究所)

- * All the previous experiments only measured the total ionization yield
それまでの実験はいずれも、トータルのイオン化収量を測定していた。
- * Agostini et al. measured the photoelectron energy spectrum for the first time.
初めて光電子のエネルギースペクトルを測定した。

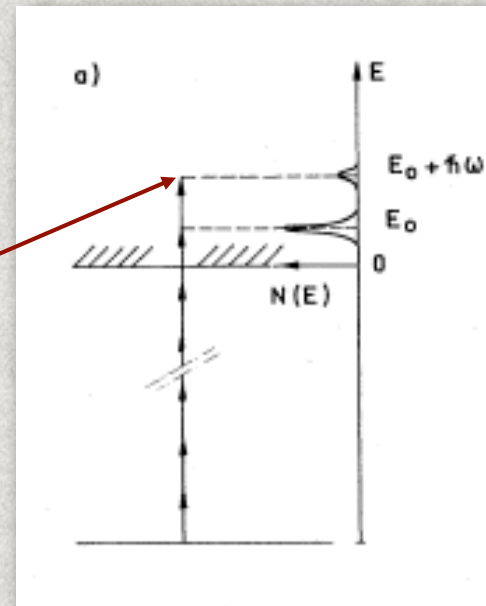
波長532nm $\hbar\omega = 2.33 \text{ eV}$ $I_p(\text{Xe}) = 12.1298 \text{ eV}$ $N = 6$

A peak of energy higher than expected for 6-photon ionization
6光子電離で予想されるより高エネルギーの位置にもピークを発見

$$E_{\text{kin}} = N\hbar\omega - I_p = 1.86 \text{ eV}$$



Free-Free Transitions Following Six-Photon Ionization of Xenon Atoms



Another photon
absorbed after 6-
photon ionization?

6光子電離の後で
もう1光子吸収?

A free electron cannot absorb photons

自由電子は光子を吸えない

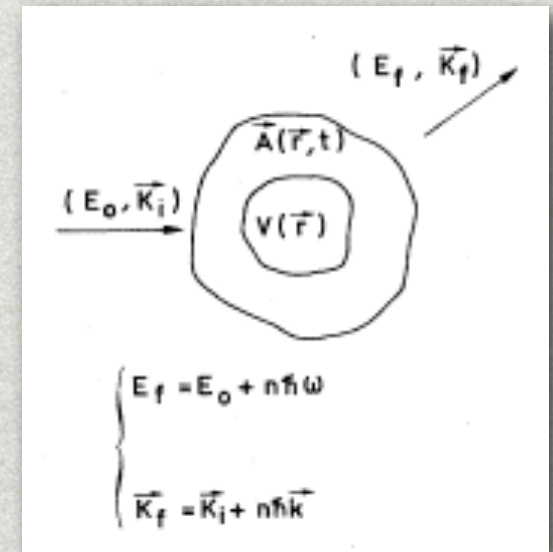
Energy conservation
エネルギー保存

$$\frac{p_i^2}{2} + n\hbar\omega = \frac{p_f^2}{2}$$

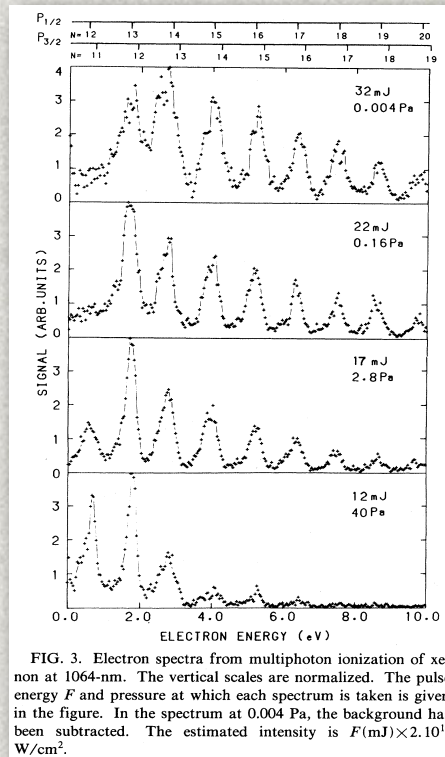
Momentum conservation
運動量保存

$$\mathbf{p}_i + n\hbar\mathbf{k} = \mathbf{p}_f \quad \omega = c|\mathbf{k}|$$

- ✱ Solutions exist only for $n = 0 \rightarrow$ A free electron can neither absorb nor emit photons, because the momentum cannot be conserved
解があるのは、 $n=0$ の場合だけ $\rightarrow$ 運動量保存が満たされないため、自由電子は光子を吸収も放出もできない。
- ✱ Free-free transition possible only near the ion which absorbs the momentum difference 運動量の差を吸収してくれるイオンの近傍でのみ、free-free遷移が可能
- ✱ Does a rapidly-escaping electron have time to absorb a photon? イオンから逃げていく電子が、光子を吸う暇があるのか？

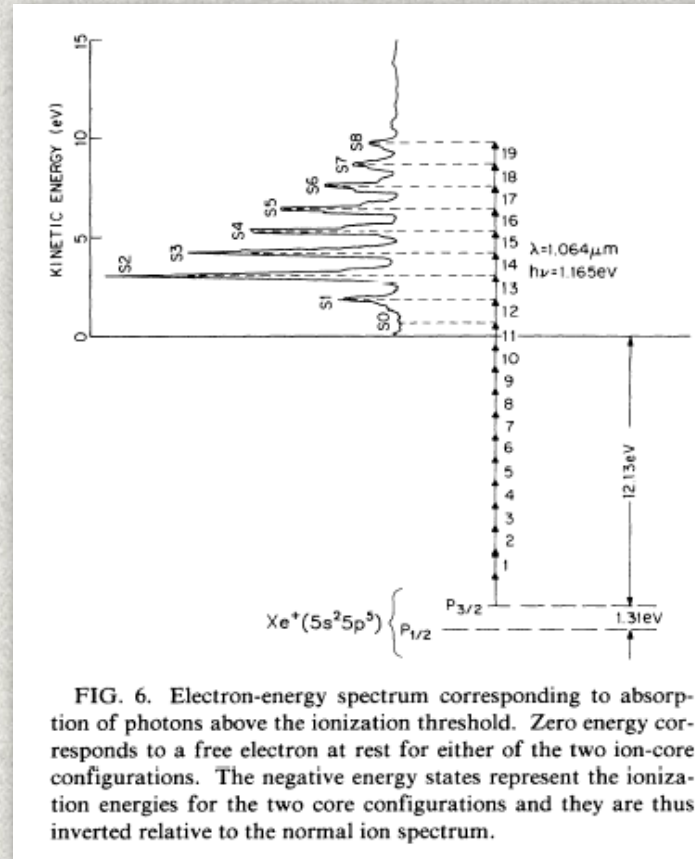


Experiments with higher intensity より高強度の実験



Kruit et al., Phys. Rev. A 28, 248 (1983)
Group of FOM (Amsterdam)のグループ

Minimum $E_{\text{kin}} = (N + S)\hbar\omega - I_p$
最小限必要な光子数 余分の光子数 Extra photons

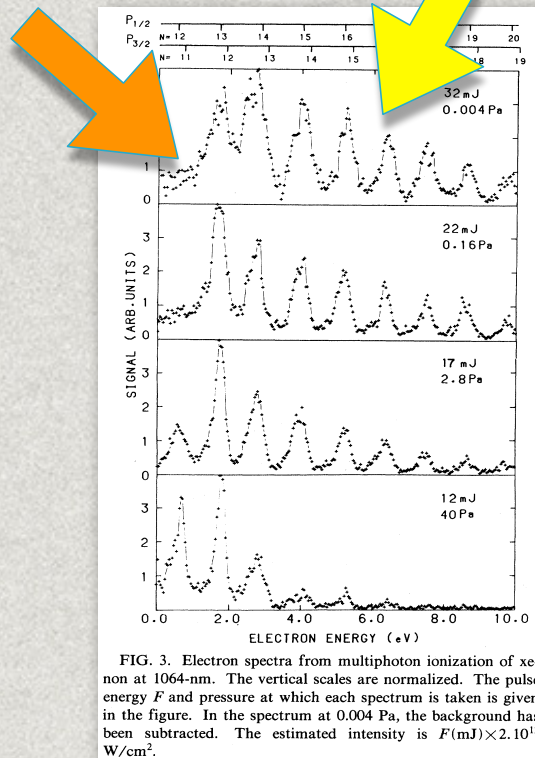


MacIrrath et al., Phys. Rev. A 35, 4611 (1987)
Group of AT&T Bell Lab.のグループ

✳ Now certain that ATI is due to free-free transition
ATIは、free-free遷移による光子吸収であることが確実に

wavelength
波長 1064 nm
Xe gas

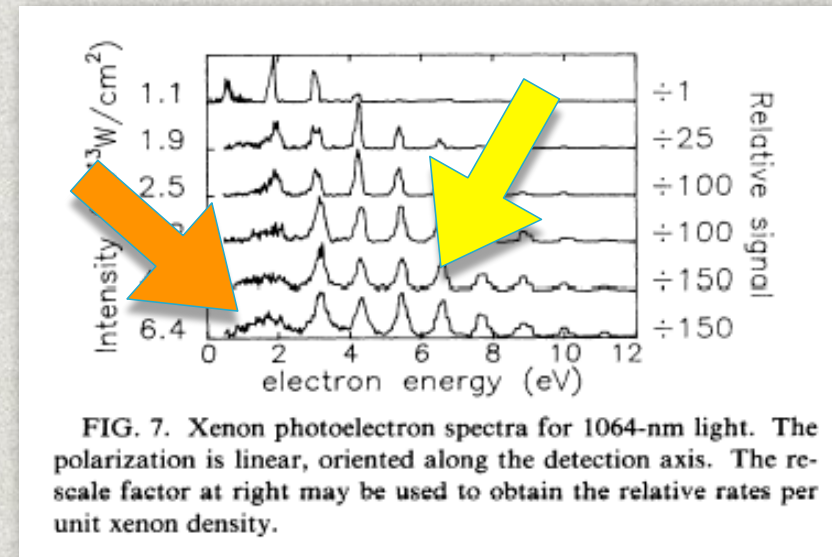
Intensity dependence ATIの強度依存性



Kruit et al., Phys. Rev. A 28, 248 (1983)
FOM (アムステルダム)のグループ

At high intensity 高強度では

- * Comparable peak heights → **non-perturbative**
吸収光子数によらず、ピークの高さが同程度 → **非摂動論的**
- * 低次の吸収ピークが消える (peak suppression at low orders)



MacIrrath et al., Phys. Rev. A 35, 4611 (1987)
AT&Tベル研のグループ

High-order perturbation theory 高次の摂動論

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = (H_0 + H_I)\psi$$

$$H_I = - \left(e \sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i \right) \cdot \mathbf{E}(t) \quad \text{or または} \quad H_I = - \frac{e}{m} \left(\sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i \right) \cdot \mathbf{A}(t) + \frac{ne^2}{2m} \mathbf{A}^2(t)$$

LENGTH FORM

VELOCITY FORM

**cross section
断面積**

$$\sigma_N = \frac{2\pi}{\hbar} \left(\frac{2e^2 \hbar \omega}{\epsilon_0 c} \right)^N \sum_f \left| M_{i \rightarrow f}^{(N)} \right|^2 \quad \begin{array}{l} \text{unit} \\ \text{単位} \end{array} \quad \text{cm}^2 N_S^{N-1}$$

$$M_{i \rightarrow f}^{(N)} = \sum_{j', j'', \dots, j'''} \frac{\langle i|x|j' \rangle \langle j'|x|j'' \rangle \cdots \langle j'''|x|f \rangle}{(E_i + \hbar\omega - E_{j'}) (E_i + 2\hbar\omega - E_{j''}) \cdots (E_i + (N-1)\hbar\omega - E_{j'''})}$$

(N+S)-photon ionization cross section of a hydrogen atom

水素原子の(N+S)光子電離の断面積 ($\text{cm}^{2(N+S)}/\text{W}^{N+S}/\text{s}$)

Gontier and Trahin, J. Phys. B 13, 4383 (1980)

	最小限必要な光子数 N			
余分の光子数 S	6 (530 nm)	8 (650 nm)	10 (910 nm)	12 (1082 nm)
0	1.39×10^{-69}	1.49×10^{-97}	4.51×10^{-123}	3.46×10^{-149}
1	2.84×10^{-83}	9.85×10^{-111}	7.78×10^{-136}	9.81×10^{-162}
2	2.92×10^{-97}	2.53×10^{-124}	5.35×10^{-149}	1.10×10^{-174}
3	2.80×10^{-111}	5.84×10^{-138}	2.61×10^{-162}	1.08×10^{-187}
4	2.66×10^{-125}	1.35×10^{-151}	1.89×10^{-175}	9.87×10^{-201}
5	2.32×10^{-139}	2.75×10^{-165}	1.04×10^{-188}	8.91×10^{-214}

$S=0$ と1が同じになる強度 (W/cm^2)

Equal cross section for $S=0$ and 2

→ 4.89×10^{13}

1.51×10^{13}

5.80×10^{12}

3.53×10^{12}

Intensity at which the interaction becomes non-perturbative

非摂動論的になる強度の目安

longer wavelength → lower intensity

長波長ほど低強度

実験と整合

Consistent with experiments

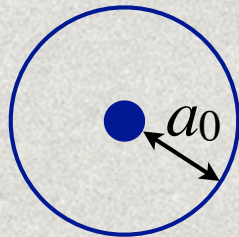
Non-perturbative? 非摂動論的？

NUCLEAR COULOMBIC FORCE
原子核からのクーロン力

=

LASER ELECTRIC FORCE
レーザー電界からの力

?



$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a_0^2}$$

$$eE$$



$$I = 3.51 \times 10^{16} \text{ W/cm}^2$$

- * Why non-perturbative at much lower intensity
なぜ、これよりずっと低い強度で非摂動論的になるのか？
- * Why non-perturbative at lower intensity for longer wavelength
なぜ、長波長ほど、低強度で非摂動論的になるのか？
- * Why low-order peaks are suppressed? なぜ、低次の光電子ピークが消えるのか？

From another view
point 別の観点から
見てみよう

PLASMA
プラズマ

Charged particle in an electromagnetic wave

電磁波中の荷電粒子

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2}[\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t)e^{-i\omega t} + \text{c.c.}] = |\mathbf{E}_0| \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2}[\mathbf{B}_0(\mathbf{r}, t)e^{-i\omega t} + \text{c.c.}] = |\mathbf{B}_0| \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{R}(t) + \delta\mathbf{r}(t)$$

Slowly varying envelope

振動数 ω にくらべてゆっくり変化 (エンベロープ)

Microscopic oscillation

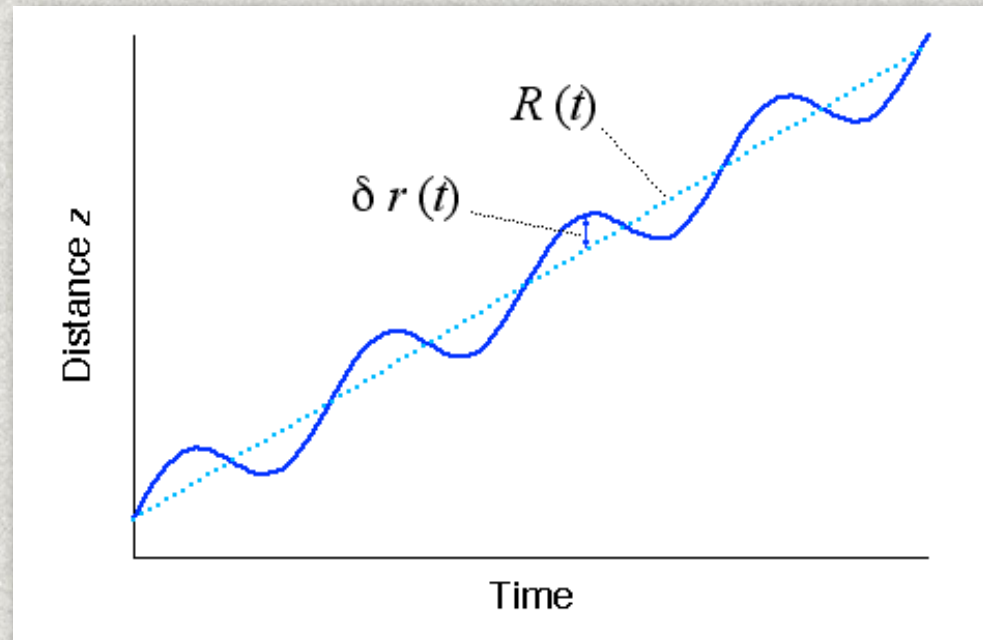
ミクロな振動運動 (振動数 ω)

$$\delta\mathbf{r}(t) = \delta\mathbf{r}_0 e^{-i\omega t} + \text{c.c.}$$

$$|\delta\mathbf{r}_0 \cdot \nabla \mathbf{E}_0| \ll |\mathbf{E}_0|$$

Macroscopic drift
motion

マクロなドリフト運動



$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{R}(t) + \delta\mathbf{r}(t) \quad \delta\mathbf{r}(t) = \delta\mathbf{r}_0 e^{-i\omega t} + \text{c.c.}$$

$\mathbf{E}_0, \mathbf{B}_0$ rarely change in the scale of $\delta\mathbf{r}_0$
 $\delta\mathbf{r}_0$ のスケールでは、 $\mathbf{E}_0, \mathbf{B}_0$ はほとんど変わらない。

$$|\delta\mathbf{r}_0 \cdot \nabla \mathbf{E}_0| \ll |\mathbf{E}_0|$$

$$|\delta\mathbf{r}_0 \cdot \nabla \mathbf{B}_0| \ll |\mathbf{B}_0|$$

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{V}(t) + \delta\mathbf{v}(t) \quad \delta\mathbf{v}(t) = \delta\mathbf{v}_0 e^{-i\omega t} + \text{c.c.}$$

$\delta\mathbf{r}$ is small but $\delta\mathbf{v}$ is NOT necessarily small.

Non-relativistic electron velocity
 電子の速度は非相対論的

$$\mathbf{V} \times \mathbf{B}_0 \ll \mathbf{E}_0$$

OSCILLATION AMPLITUDE 振動運動の振幅

mass m , charge q

$$m\dot{\delta\mathbf{v}} = q\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$$

$$\delta\mathbf{v} = \dot{\delta\mathbf{r}}$$

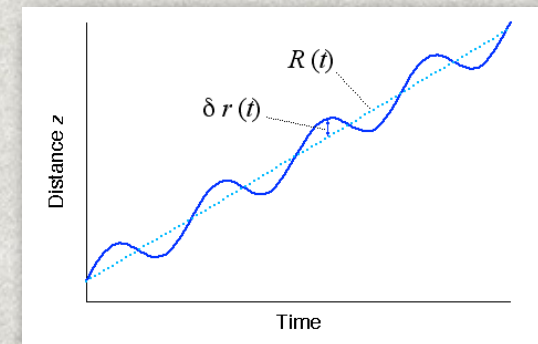


$$\delta\mathbf{v}_0 = \frac{iq\mathbf{E}_0}{2m\omega} \quad \delta\mathbf{r}_0 = -\frac{q\mathbf{E}_0}{2m\omega^2}$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}$$



$$\mathbf{B}_0 = \frac{\nabla \times \mathbf{E}_0}{i\omega}$$



Force acting on the charged particle

荷電粒子に作用する力

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F} &= q[\mathbf{E}(\mathbf{r}(t), t) + \mathbf{v}(t) \times \mathbf{B}(\mathbf{r}(t), t)] \\
 &= q[\mathbf{E}(\mathbf{R} + \delta\mathbf{r}, t) + (\mathbf{V} + \delta\mathbf{v}) \times \mathbf{B}(\mathbf{R} + \delta\mathbf{r}, t)] \\
 &\approx q[\mathbf{E}(\mathbf{R}, t) + \delta\mathbf{r} \cdot \nabla \mathbf{E}(\mathbf{R}, t) + \mathbf{V} \times \mathbf{B}(\mathbf{R}, t) + \delta\mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{R}, t)]
 \end{aligned}$$

time average over many cycles $\rightarrow$ terms with $e^{\pm i\omega t}, e^{\pm 2i\omega t}$ vanish

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F} &\approx \frac{q}{2} (\delta\mathbf{r}_0^* \cdot \nabla \mathbf{E}_0 + \delta\mathbf{v}_0^* \times \mathbf{B}_0 + \text{c.c.}) \\
 &= -\frac{q^2}{4m\omega^2} [\mathbf{E}_0 \cdot \nabla \mathbf{E}_0^* + \mathbf{E}_0 \times (\nabla \times \mathbf{E}_0^*) + \text{c.c.}] = -\frac{q^2}{4m\omega^2} \nabla |\mathbf{E}_0|^2
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{F} = -\nabla U_p(\mathbf{R}, t) \quad U_p(\mathbf{R}, t) = \frac{q^2 |\mathbf{E}_0(\mathbf{R}, t)|^2}{4m\omega^2}$$

**PONDEROMOTIVE POTENTIAL
(ENERGY)**

ポンドロモーティブポテンシャル (エネルギー)

Ponderomotive force

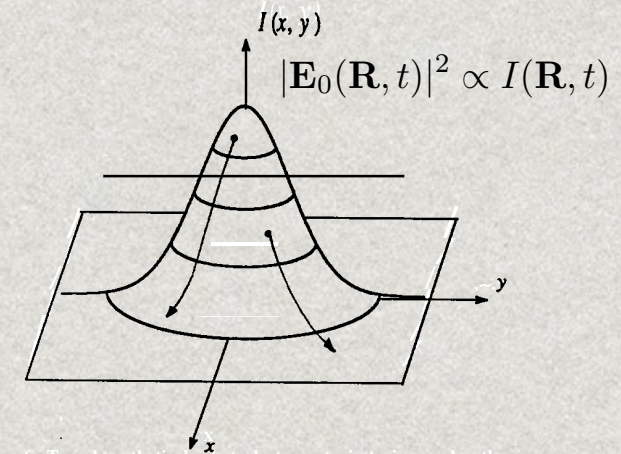
ポンデロモーティブ力 (動重力)

$$\mathbf{F} = -\nabla U_p(\mathbf{R}, t) \quad U_p(\mathbf{R}, t) = \frac{q^2 |\mathbf{E}_0(\mathbf{R}, t)|^2}{4m\omega^2}$$

**PONDEROMOTIVE POTENTIAL
(ENERGY)**

ポンデロモーティブポテンシャル (エネルギー)

- ✳ Potential force ポテンシャル力
- ✳ Proportional to the laser intensity 電磁波の強度に比例
- ✳ Independent of the sign of charge (from the beam axis to outside)
電荷の正負によらず向きが同じ (ビームの中心から外へ)
- ✳ Higher energy for lighter particles (larger effect for electrons than for nuclei and ions) 軽い粒子ほど大きなエネルギー
- ✳ A charged particle in a laser field has an energy of U_p by default. 荷電粒子は、レーザー場中にただいるだけで U_p のエネルギーを持っている。



ミクロな視点からみた

Ponderomotive energy from a
microscopic view pointMotion of a charge particle (mass m , charge q) in an oscillating electric field振動電界中の質量 m , 電荷 q の荷電粒子の運動

$$E(t) = E_0 \sin \omega t$$

$$m\dot{v} = qE_0 \sin \omega t$$

$$v = -\frac{qE_0}{m\omega} \cos \omega t + \text{drift 並進運動}$$

Energy of quiver motion (jitter motion)のエネルギー

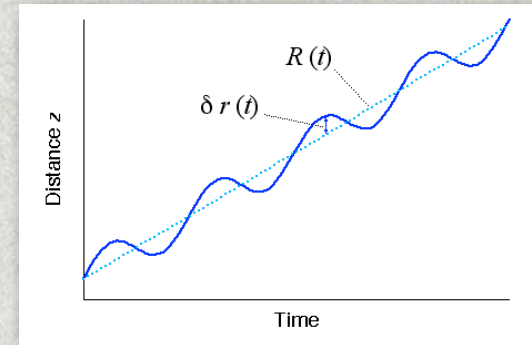
$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2 E_0^2}{2m\omega^2} \cos^2 \omega t$$

Time average
時間平均

$$\left\langle \frac{1}{2}mv^2 \right\rangle = \frac{q^2 E_0^2}{4m\omega^2} = U_p$$

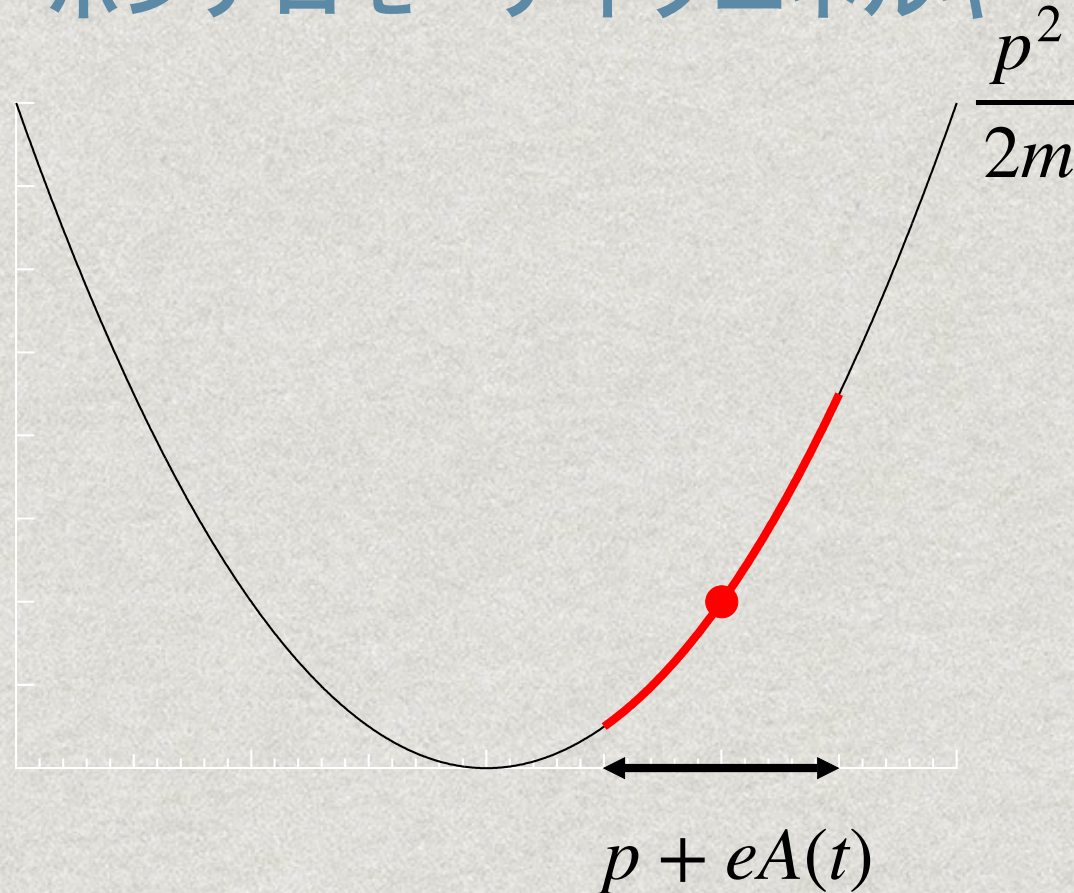
For an electron 電子の場合

$$U_p(\text{eV}) = \frac{e^2 E_0^2}{4m\omega^2} = 9.337 \times 10^{-14} I(\text{W}/\text{cm}^2) \lambda^2(\mu\text{m})$$



- ✱ A charged particle in a laser field has an energy of U_p by default.
- ✱ 電子（荷電粒子）は、レーザー場中にただいるだけで U_p のエネルギーを持っている。

運動量空間における「バンド内振動」の視点で見た ポンデロモーティブエネルギー



$$A(t) = - \int E(t) dt$$

$$A(t) = A_0 \cos \omega t$$

$$A_0 = \frac{E_0}{\omega}$$

$$\left\langle \frac{(p + eA_0 \cos \omega t)^2}{2m} \right\rangle = \frac{p^2}{2m} + \frac{e^2 A_0^2}{4m} = \frac{p^2}{2m} + \frac{e^2 E_0^2}{4m \omega^2}$$

Effective ionization potential = $I_p + U_p$

実効的なイオン化ポテンシャルが $I_p + U_p$ になる。

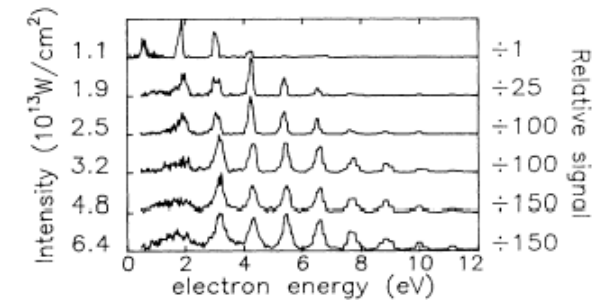
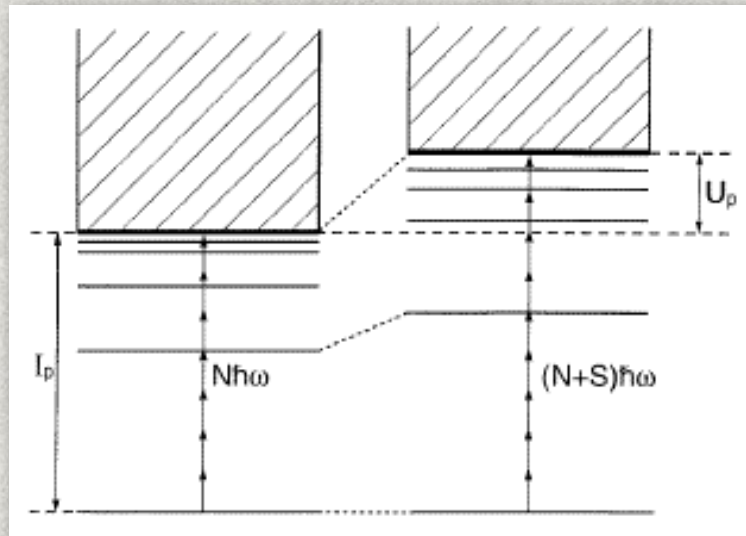


FIG. 7. Xenon photoelectron spectra for 1064-nm light. The polarization is linear, oriented along the detection axis. The re-scale factor at right may be used to obtain the relative rates per unit xenon density.

Number of photons necessary for ionization
イオン化に必要な光子数

$$n\hbar\omega \geq I_p + U_p$$

Observed electron energy 観測される電子のエネルギー

$$E_{\text{kin}} = [n\hbar\omega - (I_p + U_p)] + U_p = n\hbar\omega - I_p$$

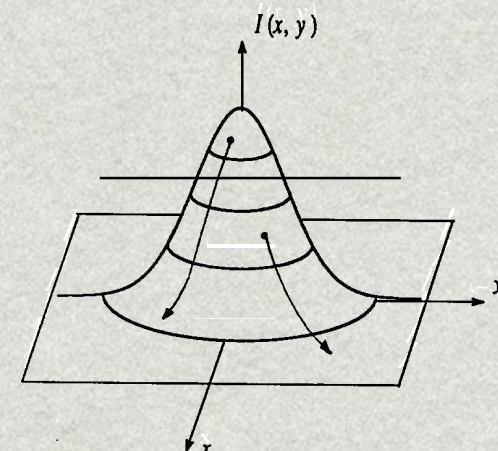


FIG. 6. Two-dimensional photoelectron distribution under the

Peak suppression due to ponderomotive shift

低次のピークがなくなるのはポンデロモータビブシフトの効果

Effective ionization potential = $I_p + U_p$

実効的なイオン化ポテンシャルが $I_p + U_p$ になる。

$$U_p(\text{eV}) = \frac{e^2 E_0^2}{4m\omega^2} = 9.337 \times 10^{-14} I(\text{W/cm}^2) \lambda^2(\mu\text{m})$$

長波長の方が起こりやすいことも説明できる。
Lower I for longer wavelength at fixed U_p

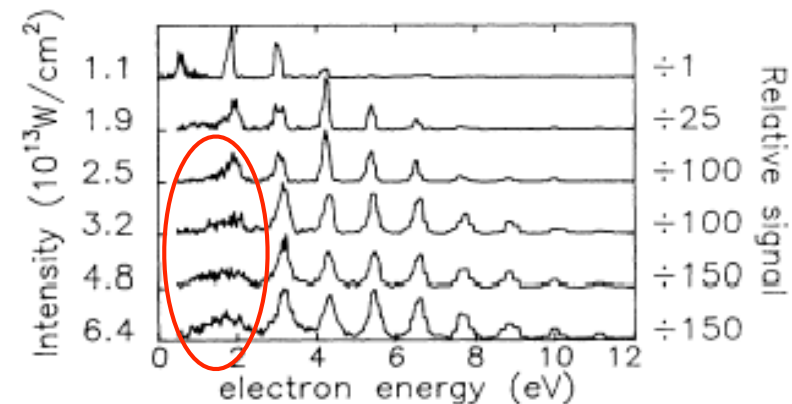
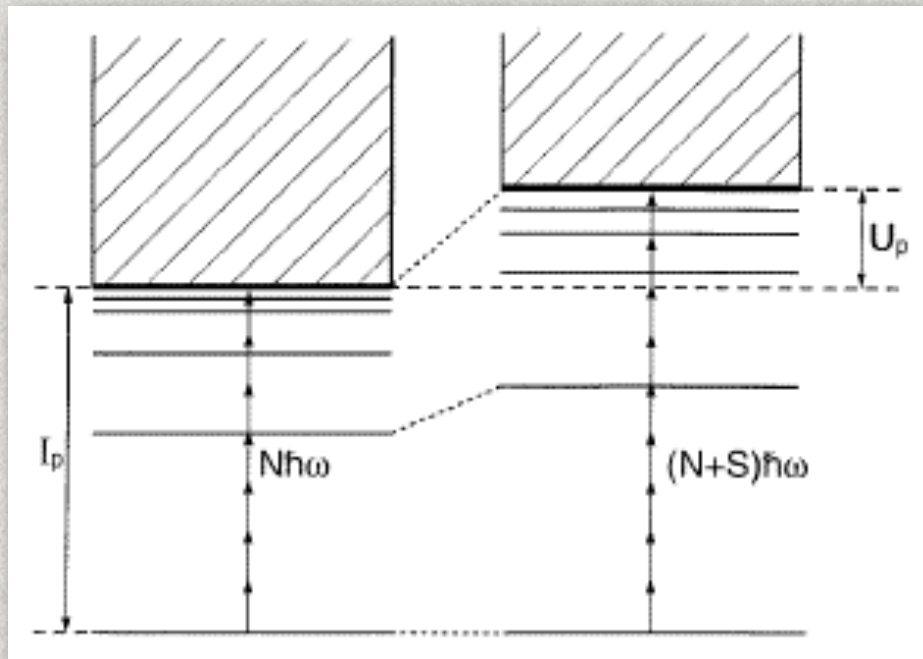
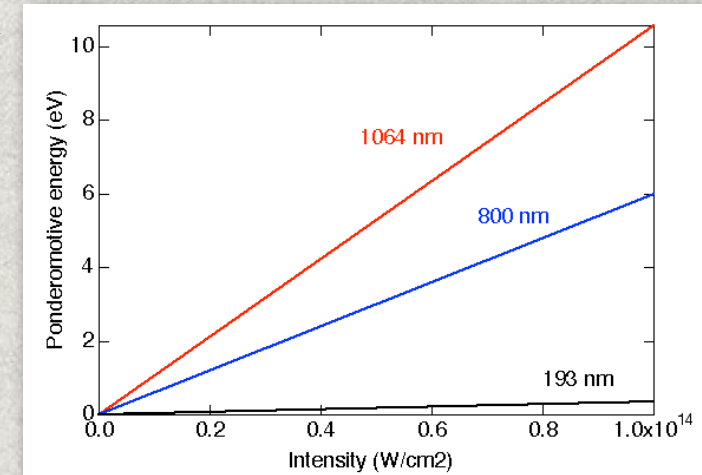


FIG. 7. Xenon photoelectron spectra for 1064-nm light. The polarization is linear, oriented along the detection axis. The re-scale factor at right may be used to obtain the relative rates per unit xenon density.

Bound electrons 束縛電子の場合

Quantum mechanically, AC-stark effect

量子力学的には：ACシュタルクシフトに対応

2nd-order perturbation theory 摂動論から

$$\Delta E = \frac{e^2 E_0^2}{4} \sum_n \frac{2\omega_{ni} |\mu_{in}|^2}{\omega^2 - \omega_{ni}^2} = -\frac{1}{4} \alpha(\omega) E_0^2$$

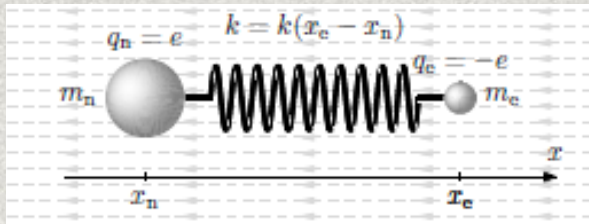
Electric dipole polarizability
電気双極子分極率

Lorentz oscillator model

$$m\ddot{x} = -eE_0 \cos \omega t - m\omega_0^2 x$$

$$x = x_0 \cos \omega t$$

$$\alpha = -\frac{e^2}{m(\omega^2 - \omega_0^2)}$$



$$\Delta E = \frac{e^2 E_0^2}{4m(\omega^2 - \omega_0^2)}$$

- * Negative for the ground state
基底状態では負→dipole trap

$$\Delta E_g \approx -\frac{e^2 E_0^2}{4m\omega_0^2} \propto -I$$

$$\omega_0 \gg \omega$$

- * Positive for Rydberg atoms and free electrons リュード
ベリ原子・自由電子では正→ビーム中心から逃げる

$$\Delta E_R \approx U_p = \frac{e^2 E_0^2}{4m\omega^2} \propto I \quad U_p \gg |\Delta E_g|$$

$$\ll U_p$$

A measure of non-perturbativeness 非摂動論的であることのめやす

PEAK SUPPRESSION 低次のピークが消える

$$U_p \sim \hbar\omega \quad \longrightarrow \quad E_0^2 \sim \frac{4m\hbar\omega^3}{e^2}$$

	530 nm	650 nm	910 nm	1082 nm
Gontier and Trahin	4.89×10^{13}	1.51×10^{13}	5.80×10^{12}	3.53×10^{12}
$U_p \sim \hbar\omega$	8.9×10^{13}	4.8×10^{13}	1.8×10^{13}	1.0×10^{13}

- ✳ Order of magnitude and trend consistent
オーダーと波長依存性がよく合っている。

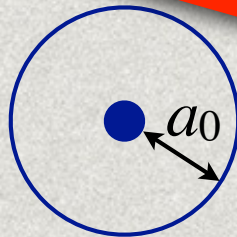
Non-perturbative? 非摂動論的？

NUCLEAR COULOMBIC FORCE
原子核からのクーロン力

=

LASER ELECTRIC FORCE
レーザー電界からの力

?



$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a_0^2}$$

$$eE$$



$$I = 3.51 \times 10^{10} \text{ W/cm}^2$$

- * Why non-perturbative at much lower intensity
なぜ、これよりずっと低い強度で非摂動論的になるのか？
- * Why non-perturbative at lower intensity for longer wavelength なぜ、長波長ほど、低強度で非摂動論的になるのか？
- * Why low-order peaks are suppressed? なぜ、低次の光電子ピークが消えるのか？

Explained by the ponderomotive energy
ポンドロモーティブエネルギーでよく説明できる。

Above-threshold ionization (ATI)

roughly at $10^{13} \sim 10^{14}$ W/cm² intensity in the near-infrared (NIR)

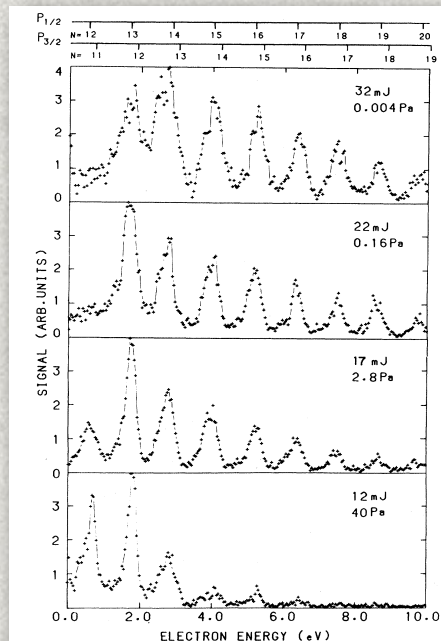


FIG. 3. Electron spectra from multiphoton ionization of xenon at 1064-nm. The vertical scales are normalized. The pulse energy F and pressure at which each spectrum is taken is given in the figure. In the spectrum at 0.004 Pa, the background has been subtracted. The estimated intensity is $F(\text{mJ}) \times 2.10^{12}$ W/cm².

Kruit et al., Phys. Rev. A 28, 248 (1983)
Group of FOM (Amsterdam)

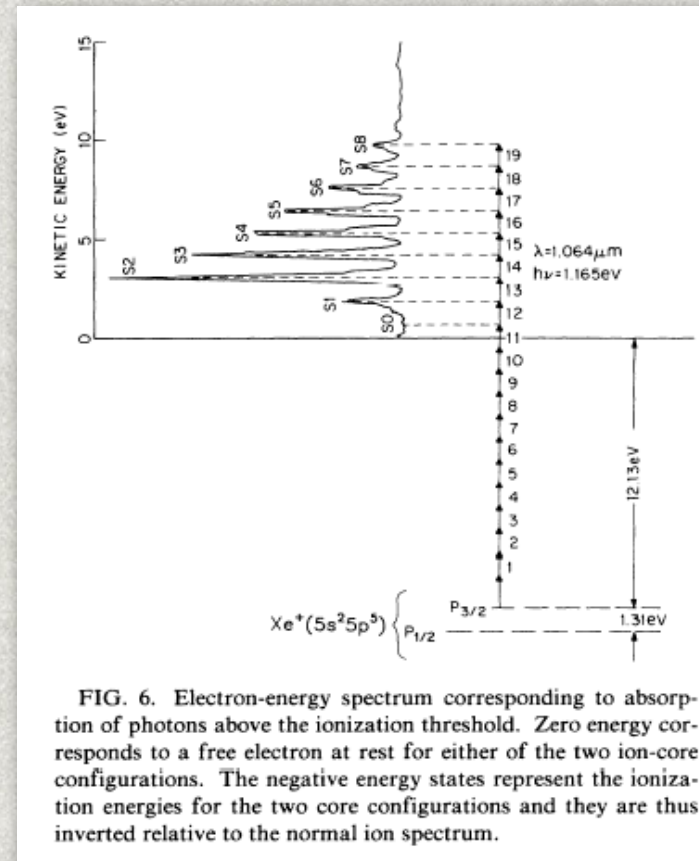


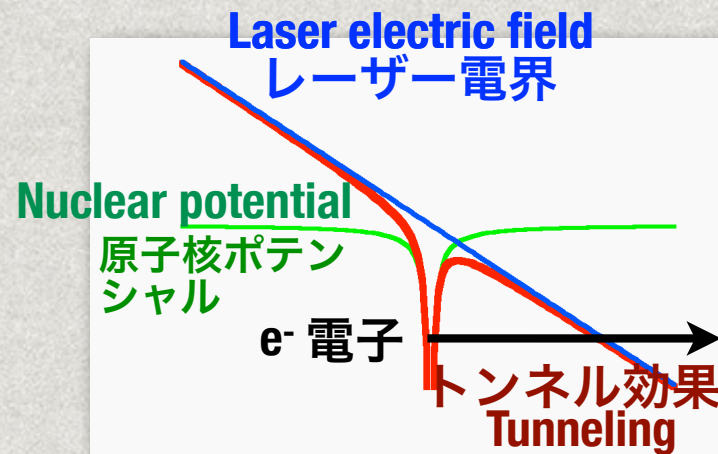
FIG. 6. Electron-energy spectrum corresponding to absorption of photons above the ionization threshold. Zero energy corresponds to a free electron at rest for either of the two ion-core configurations. The negative energy states represent the ionization energies for the two core configurations and they are thus inverted relative to the normal ion spectrum.

MacIrrath et al., Phys. Rev. A 35, 4611 (1987)
Group of AT&T Bell Lab.

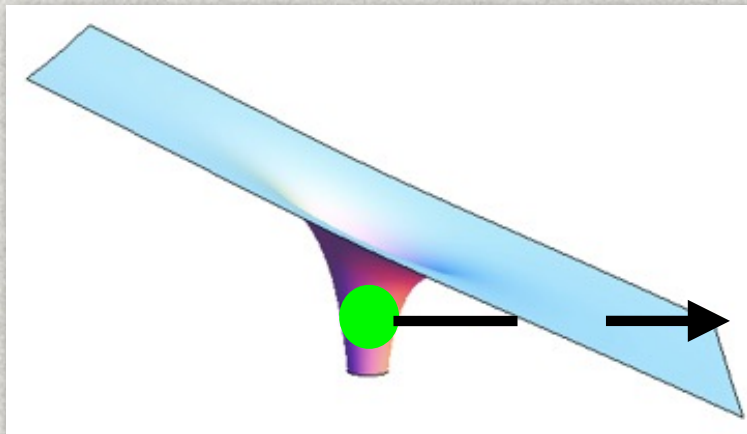
wavelength
1064 nm
Xe gas

Tunneling ionization トンネルイオン化

At even higher intensity ($>10^{14} \text{ W/cm}^2$), another mechanism of ionization takes place.



$$V(\mathbf{r}, t) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} + ezE(t)$$

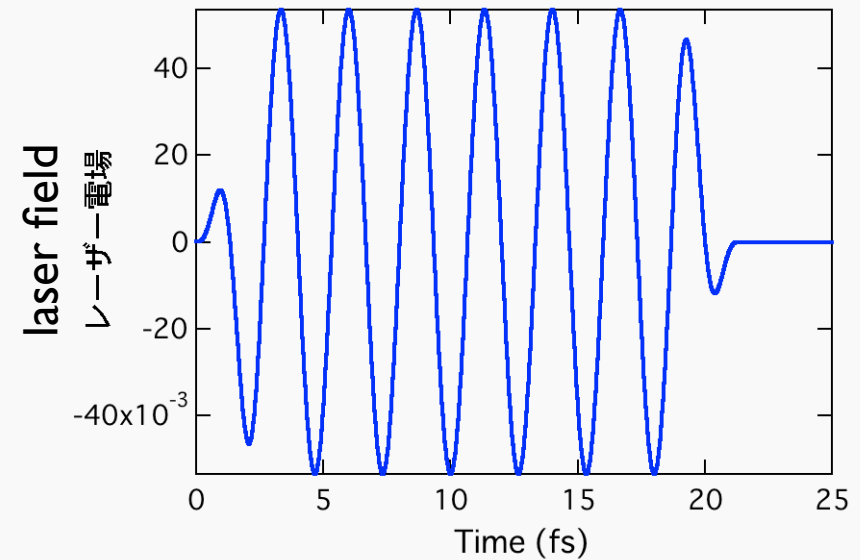
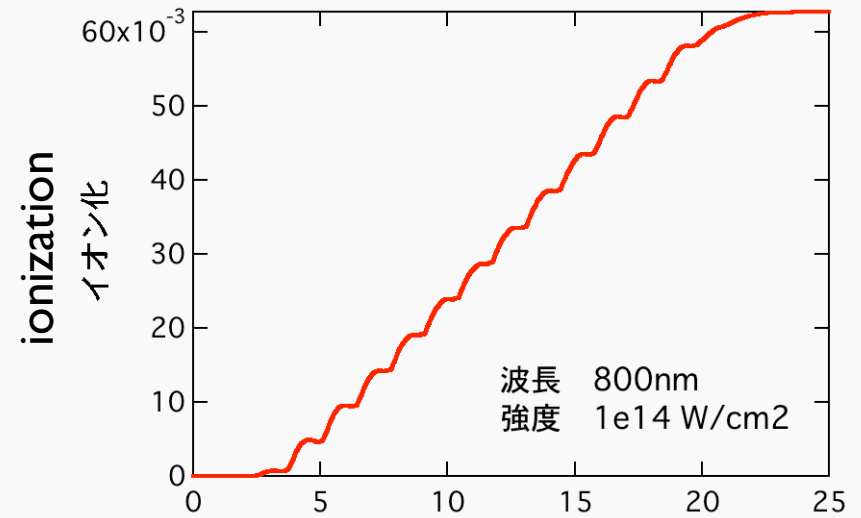
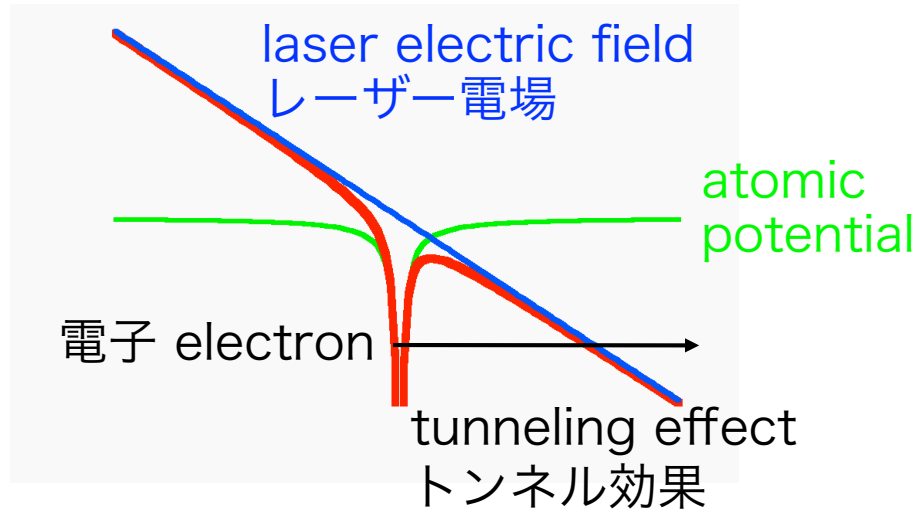


The electron sees **a field** rather than **photons**!

電子は、**光子**ではなく、**電界**を感じてる！

Tunneling ionization

トンネル電離 (トンネルイオン化)



Conditions of tunneling ionization

トンネル電離の条件

Tunneling rate W is high enough トンネル確率が十分大きい

$$W \sim I_p \exp \left(-\frac{4\sqrt{2}}{3} \frac{I_p^{3/2}}{E} \right) \quad \text{Field should be sufficiently strong}$$

Field oscillation is slow enough

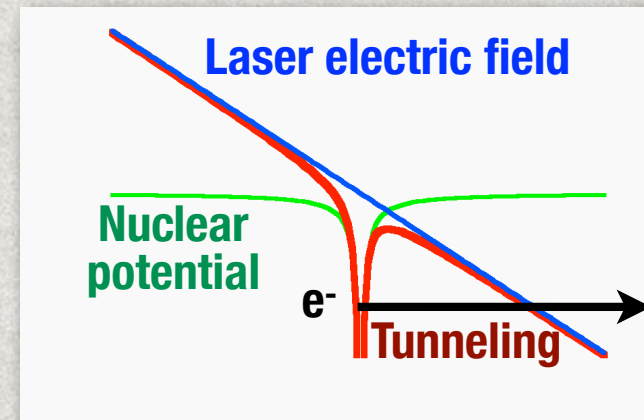
レーザー電場の振動が十分遅い

electron velocity $v \sim \sqrt{2I_p}$

barrier thickness $d \sim I_p/E$

time scale of tunneling $\tau_{\text{tun}} \sim d/v$

time scale of laser oscillation $\tau_{\text{osc}} \sim 1/2\omega$



$$\tau_{\text{tun}} < \tau_{\text{osc}} \quad \Rightarrow \quad \gamma \equiv \frac{\tau_{\text{tun}}}{\tau_{\text{osc}}} = \sqrt{\frac{I_p}{2U_p}} < 1$$

Keldysh parameter
ケルディッシュパラメーター

Keldysh parameter

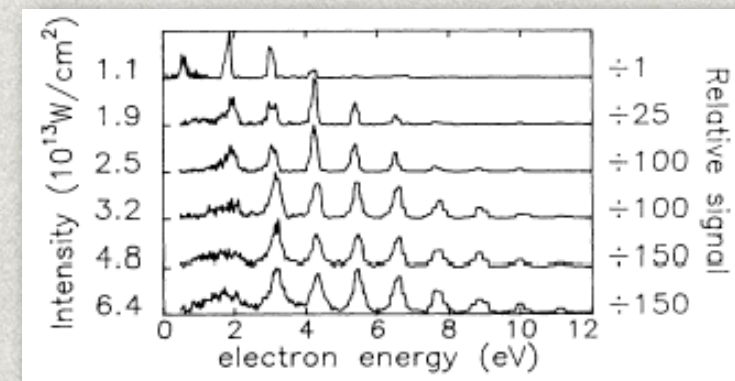
ケルディッシュパラメーター

Keldysh parameter

$$\gamma = \sqrt{\frac{I_p}{2U_p}}$$

$\gamma > 1$: Multi-photon regime
多光子領域

$\gamma \lesssim 1$: Tunneling regime
トンネル領域



$\gamma = 1 \rightarrow$ Xe ($I_p=12.13$ eV), wavelength 1064nm, about 5.7×10^{13} W/cm²

トンネルイオン化の条件

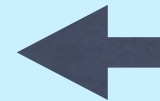
Conditions of tunneling ionization

Tunneling rate W is high enough

トンネル確率が十分大きい

$$W \sim I_p \exp \left(-\frac{4\sqrt{2}}{3} \frac{I_p^{3/2}}{E} \right)$$

Field should be sufficiently strong



Don't forget this!

Field oscillation is slow enough

レーザー電場の振動が十分遅い

$$\gamma = \sqrt{\frac{I_p}{2U_p}}$$

 $\gamma \lesssim 1$: **Tunneling regime**
 トンネル領域

 $\gamma > 1$: **Multi-photon regime**
 多光子領域

Typical misunderstanding

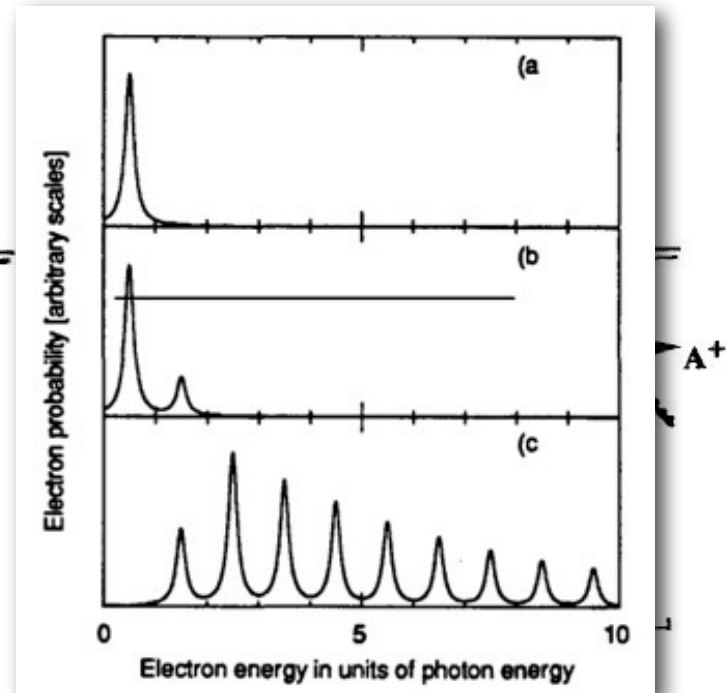
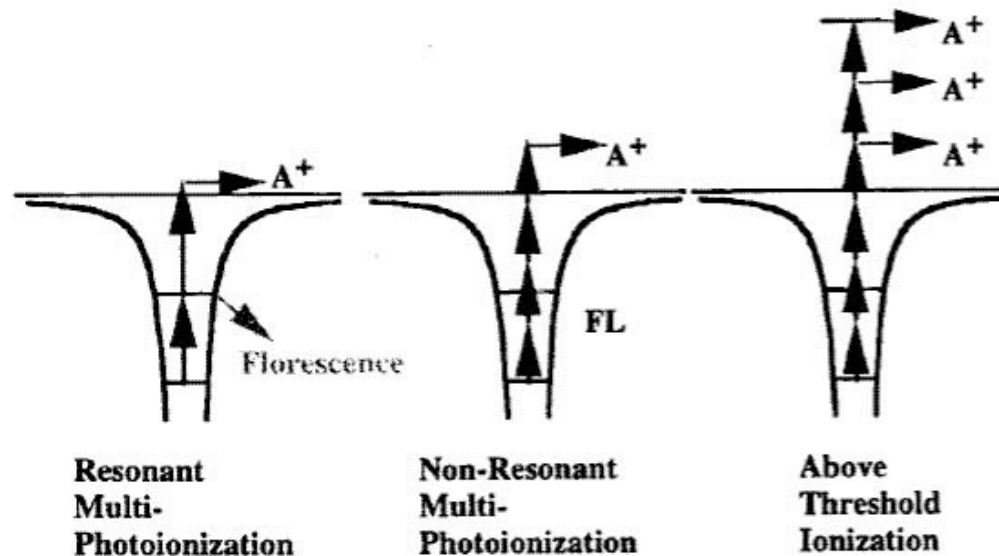
terahertz radiation with 1 THz frequency and 2 MV/cm field strength

 $U_p = 44 \text{ eV}$ tunneling ionization? **NO!**only $5 \times 10^9 \text{ W/cm}^2$

too weak for tunneling

Change of ionization mechanism with laser intensity レーザー強度によるイオン化の変化

Photon 光子

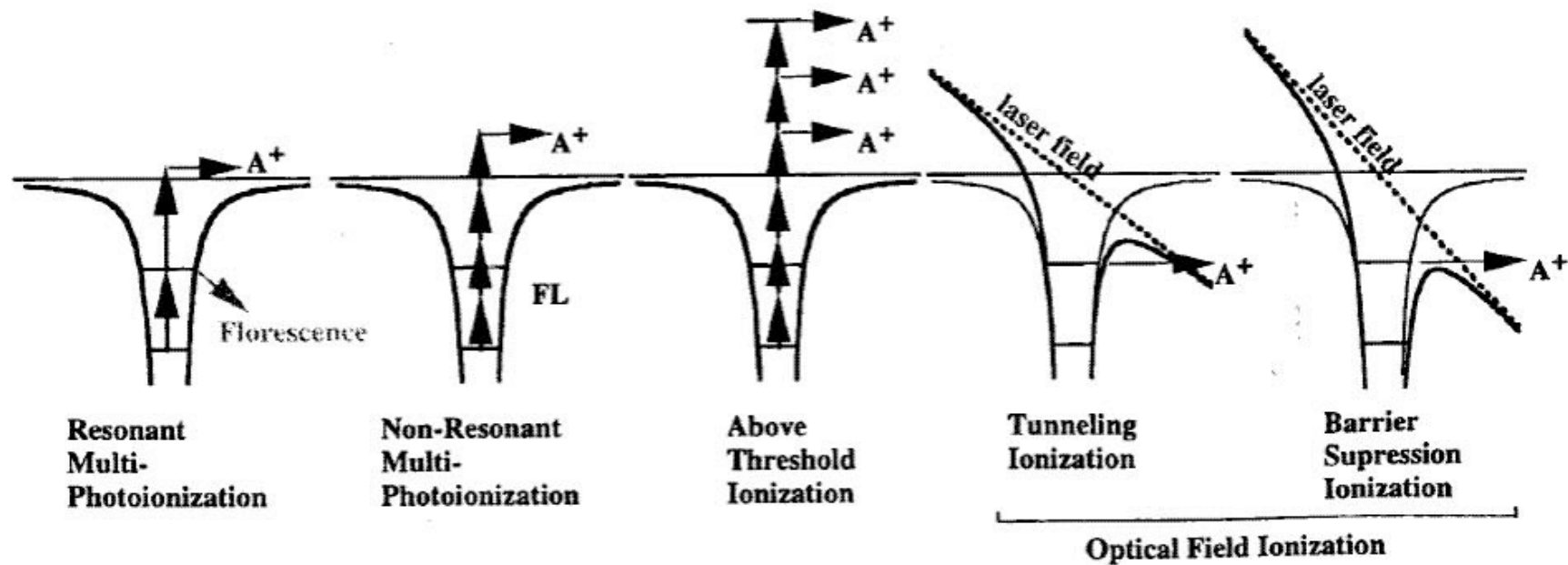


$$I > 10^{12} \text{ W/cm}^2 \quad I > 10^{13} \text{ W/cm}^2 \quad I > 10^{14} \text{ W/cm}^2$$

Change of ionization mechanism with laser intensity レーザー強度によるイオン化の変化

Photon 光子

Electric Field 電界



$$I > 10^{12} \text{ W/cm}^2 \quad I > 10^{13} \text{ W/cm}^2 \quad I > 10^{14} \text{ W/cm}^2$$

Appendix

トンネル電離でも光電子スペクトルは離散的

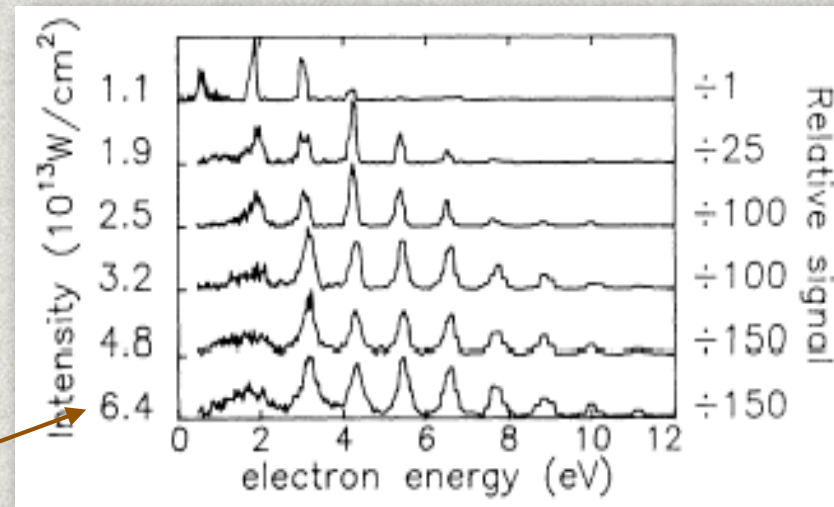
$$\gamma = \sqrt{\frac{I_p}{2U_p}}$$

ケルディッシュ(Keldysh)パラメーター

$\gamma > 1$: 多光子領域

$\gamma \lesssim 1$: トンネル領域

トンネル領域

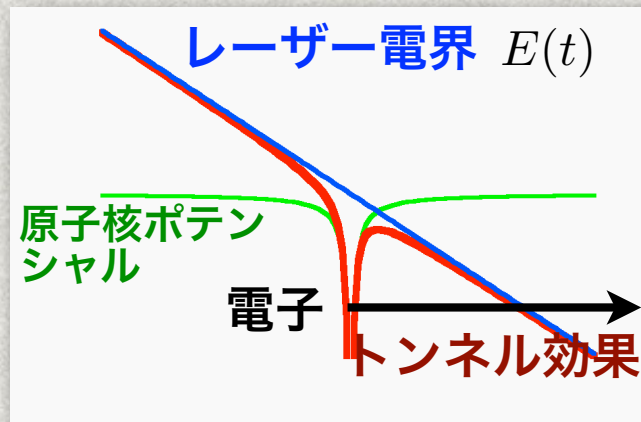


$\gamma = 1 \rightarrow$ Xe ($I_p=12.13$ eV), 波長1064nmで、 5.7×10^{13} W/cm²程度

なぜ、トンネル電
離でも光電子スペ
クトルは離散的な
のか？

トンネル電離後の電子の経路

イオン化後は原子核（イオン）からのクーロンポテンシャルを無視（高強度場近似）



時刻 t_r でイオン化。初速ゼロ $v(t') = 0$

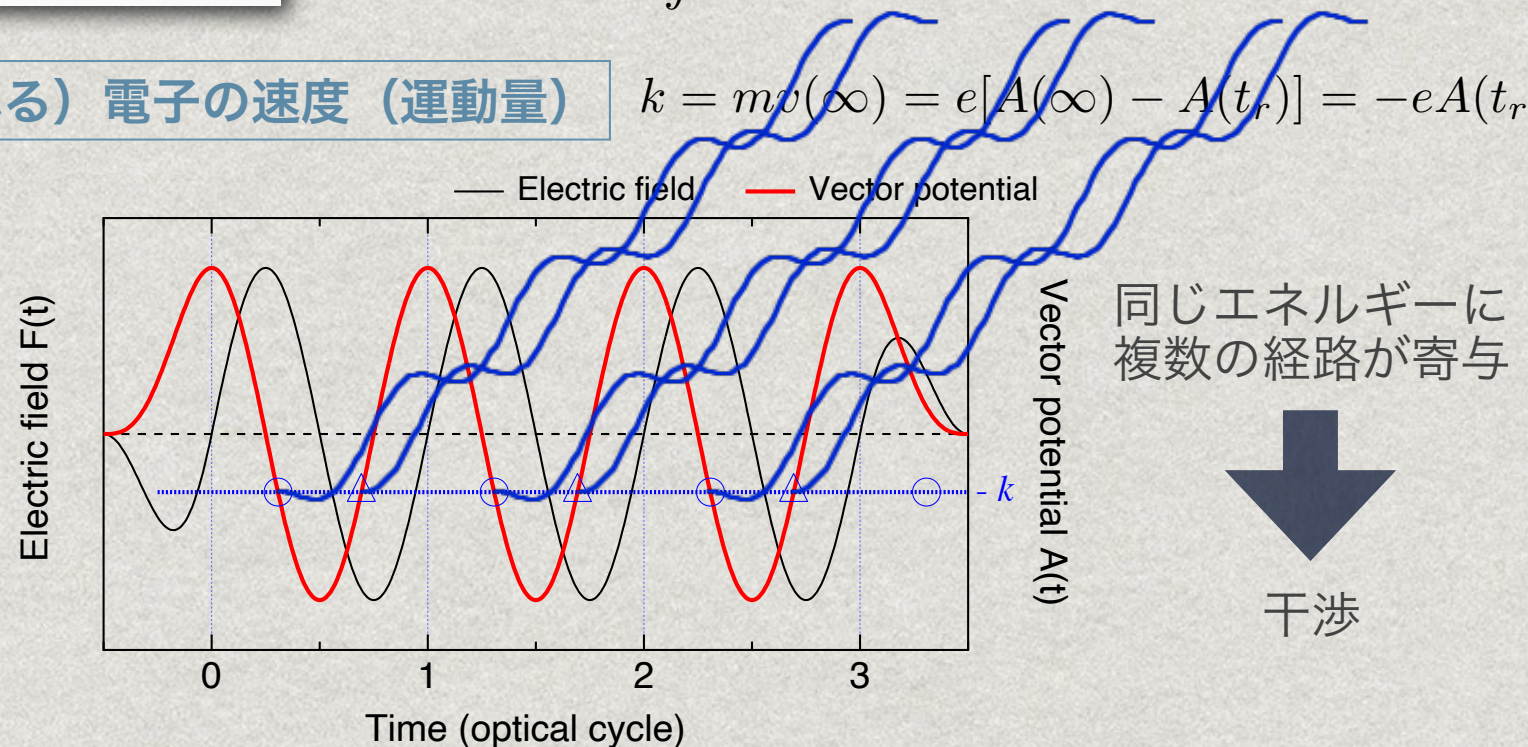
$$m\dot{v} = -eE(t)$$

$$mv(t) = -e \int_{t_r}^t E(t) dt = e[A(t) - A(t_r)]$$

$$A(t) = - \int E(t) dt \quad \text{ベクトルポテンシャル}$$

最終的な（観測される）電子の速度（運動量）

$$k = mv(\infty) = e[A(\infty) - A(t_r)] = -eA(t_r)$$



電子経路の量子力学的干渉

個々の経路 i の持つ位相

$$\exp\left(\frac{iS(t_r^{(i)})}{\hbar}\right)$$

Volkov波動関数

$$\Psi_V(z, t) = \exp\left[i(k + eA(t))z - \frac{iS(t)}{\hbar}\right]$$

作用(action)

$$S(t) = \int dt L = \int_{-\infty}^t dt' \left[\frac{(k + eA(t'))^2}{2m} + I_p \right]$$

$$= 2U_p \left[\left(1 + \frac{\cos(2\omega t)}{2}\right) t - \frac{3}{4\omega} \sin(2\omega t) \right] + I_p t$$

光電子の運動量分布

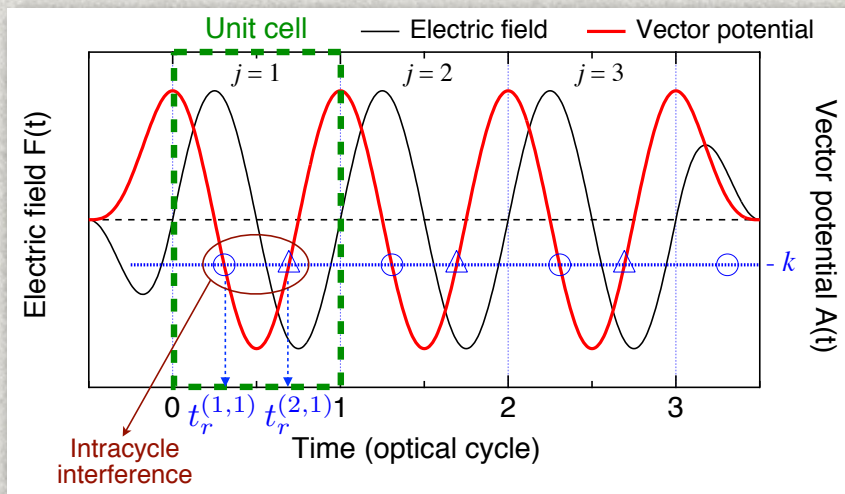
$$P(k) \propto \left| \sum_i \exp\left(\frac{iS(t_r^{(i)})}{\hbar}\right) \right|^2$$

$$\propto \cos^2\left(\frac{\Delta S}{2}\right) \left| \sum_j \exp\left(\frac{iS(t_r^{(1j)})}{\hbar}\right) \right|^2$$

サイクル内干渉

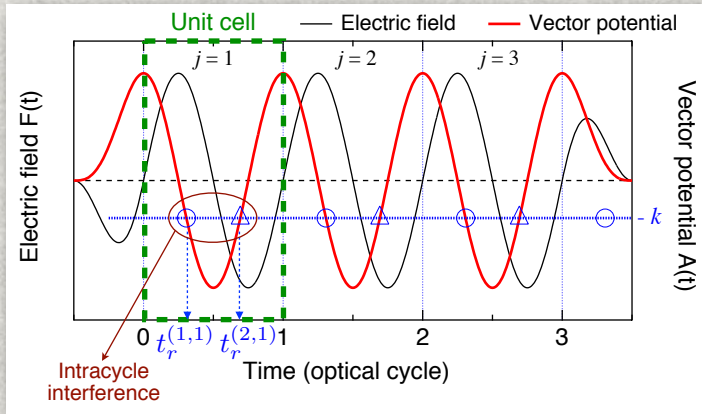
サイクル間干渉

$$\Delta S = S(t_r^{(2,1)}) - S(t_r^{(1,1)})$$



サイクル内干渉とサイクル間干渉

$$P(k) \propto \left| \sum_i \exp \left(\frac{iS(t_r^{(i)})}{\hbar} \right) \right|^2 \propto \cos^2 \left(\frac{\Delta S}{2} \right) \left| \sum_j \exp \left(\frac{iS(t_r^{(1j)})}{\hbar} \right) \right|^2$$



サイクル内干渉 サイクル間干渉

$$\Delta S = S(t_r^{(2,1)}) - S(t_r^{(1,1)})$$

サイクル間干渉

$$t_r^{(1,j)} = t_r^{(1,1)} + \frac{2\pi}{\omega}(j-1)$$

レーザー電界の周期ごと

$$\sigma = S(t_r + 2\pi/\omega) - S(t_r) = \frac{2\pi}{\omega} \left(\frac{k^2}{2m} + U_p + I_p \right)$$

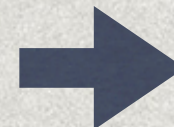
$$\sum_j \exp \left(\frac{iS(t_r^{(1j)})}{\hbar} \right) \propto 1 + \exp(i\sigma/\hbar) + \exp(2i\sigma/\hbar) + \dots$$

ピーク（干渉が強め合う）の条件 $\frac{\sigma}{\hbar} = 2\pi n$

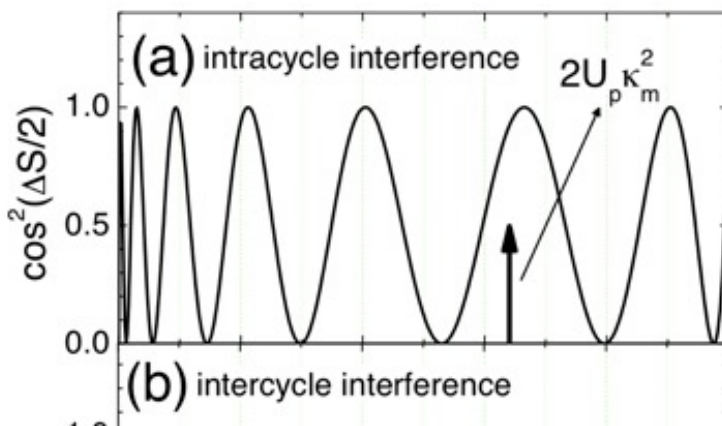
$$\frac{k^2}{2m} + U_p + I_p = n\hbar\omega$$

整数

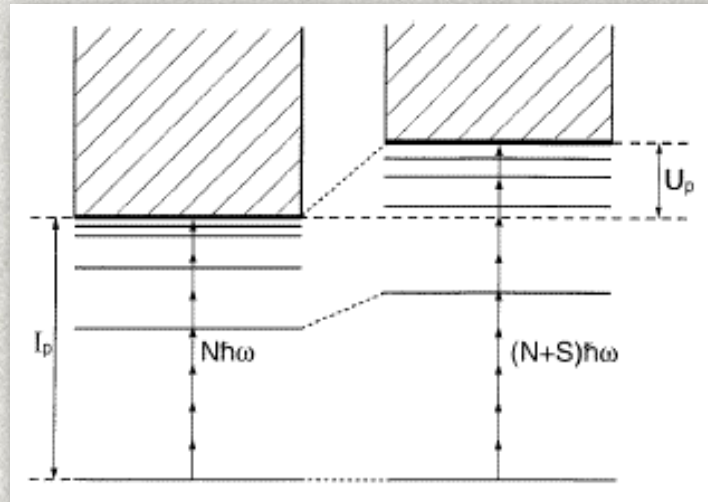
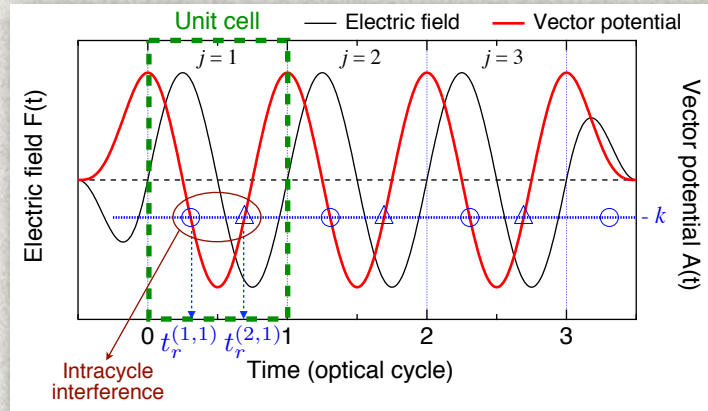
光電子の運動エネルギー



$$E_{\text{kin}} = n\hbar\omega - I_p - U_p$$



$$E_{\text{kin}} = n\hbar\omega - I_p - U_p$$



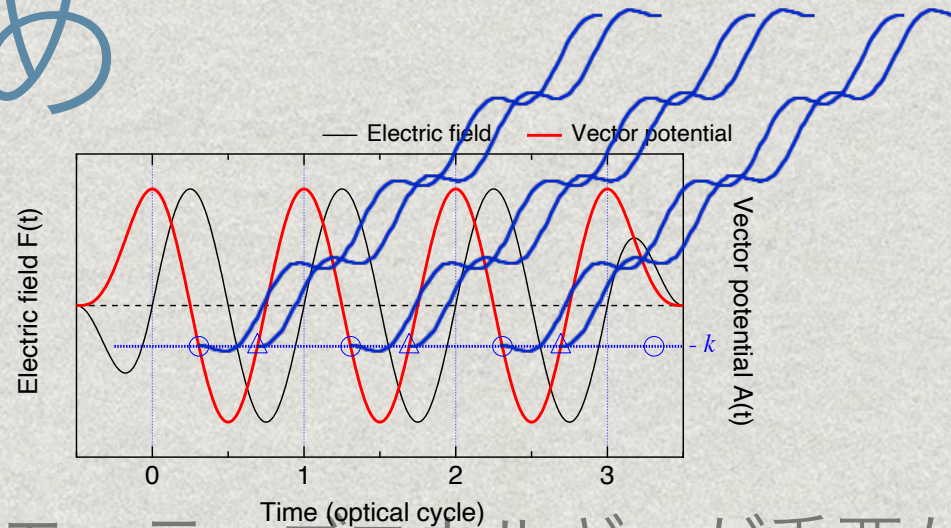
- ✳ 光電子スペクトルの離散的なピーク
- ✳ 電子経路のサイクル間干渉による
- ✳ トンネル電離が、レーザー場の周期で起こるため
- ✳ ポンデロモーティブシフトが自然に出てくる

まとめ

強度 $10^{13} \sim 10^{15} \text{ W/cm}^2$ のレーザー場中のイオン化

- ＊ 超閾電離(Above-threshold ionization, ATI)
 - ＊ 必要以上の光子を吸収してイオン化する過程（光子の観点）
- ＊ トンネル電離
 - ＊ トンネル効果によるイオン化（電磁波の観点）
- ＊ 光電子スペクトルは離散的なピークからなる
 - ＊ free-free遷移による光子の吸収（原子物理の観点）
 - ＊ トンネル電離で周期的に出てくる電子の干渉

まとめ



- ＊ ポンデロモーティブエネルギーが重要なパラメーター
- ＊ $U_p \sim I_p$ が「高強度レーザー場」のめやす
- ＊ プラズマ物理の観点
- ＊ レーザー場中での電子の運動を考えるのが有用
- ＊ 古典的な運動経路＋量子力学的な位相

Plasma Perspective on Strong-Field Multiphoton Ionization

P. B. Corkum

National Research Council of Canada, Ottawa, Ontario, Canada K1A 0R6
(Received 9 February 1993)

Phys. Rev. Lett. **71**, 1994 (1993)